

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОВОДИМОСТИ СКВАЖИННОГО СОЕДИНЕНИЯ НА СЕТКЕ ВОРОНОГО

Э.С. Закиров, С.Н. Закиров, И.М. Индрупский, Д.П. Анিকেев
ИПНГ РАН, e-mail: ezakirov@ogri.ru

В данной статье обзревается способы вычисления скважинного соединения на сетке Вороного. Сама статья является продолжением серии статей авторов «О представлении скважины в 3D гидродинамической модели», «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения. Метод Писмена» и «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения наклонной или горизонтальной скважины» в данном выпуске.

На первый взгляд, рассматриваемый в данной статье вопрос может показаться достаточно «экзотическим», оторванным от нужд практики. Однако это не так. Соответствующая потребность может реально возникнуть из-за необходимости использования локального измельчения в окрестности моделируемой скважины в целях повышения достоверности прогнозных расчетов. Локальное измельчение может быть различного типа – декартовым, полярно-радиальным и т.д. (рис. 1, 2), а также структурированным и неструктурированным. В соответствии с работой [1], большой интерес представляют гибридные сетки (рис. 3), когда околоскважинная область моделируется полярно-радиальным локальным измельчением, а область фильтрации – обычными прямоугольниками. Альтернатива – использование сеток Вороного [2, 3] (рис. 4) как минимум в околоскважинной области (рис. 4–6).

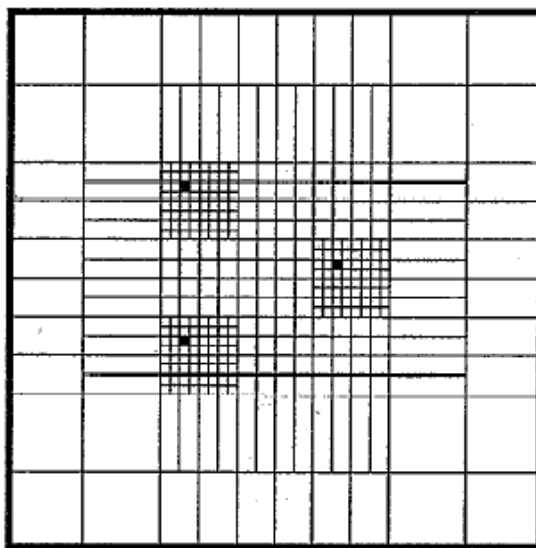


Рис. 1. Декартово локальное измельчение

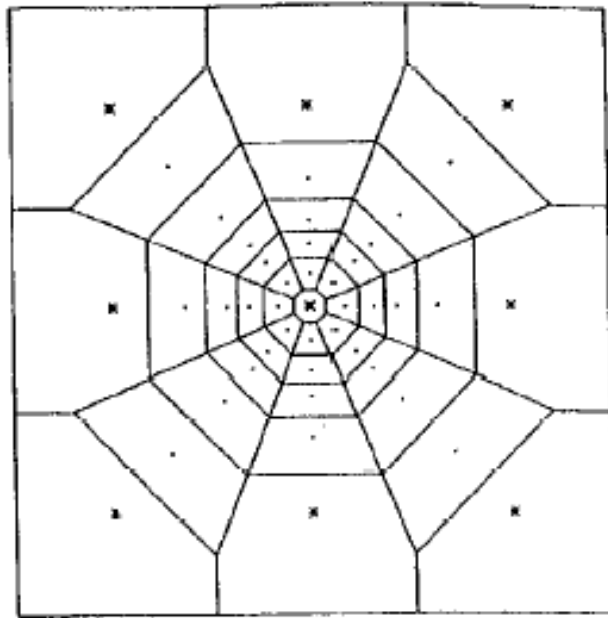


Рис. 2. Улучшенное моделирование вертикальной скважины при помощи полярно-радиального измельчения сетки

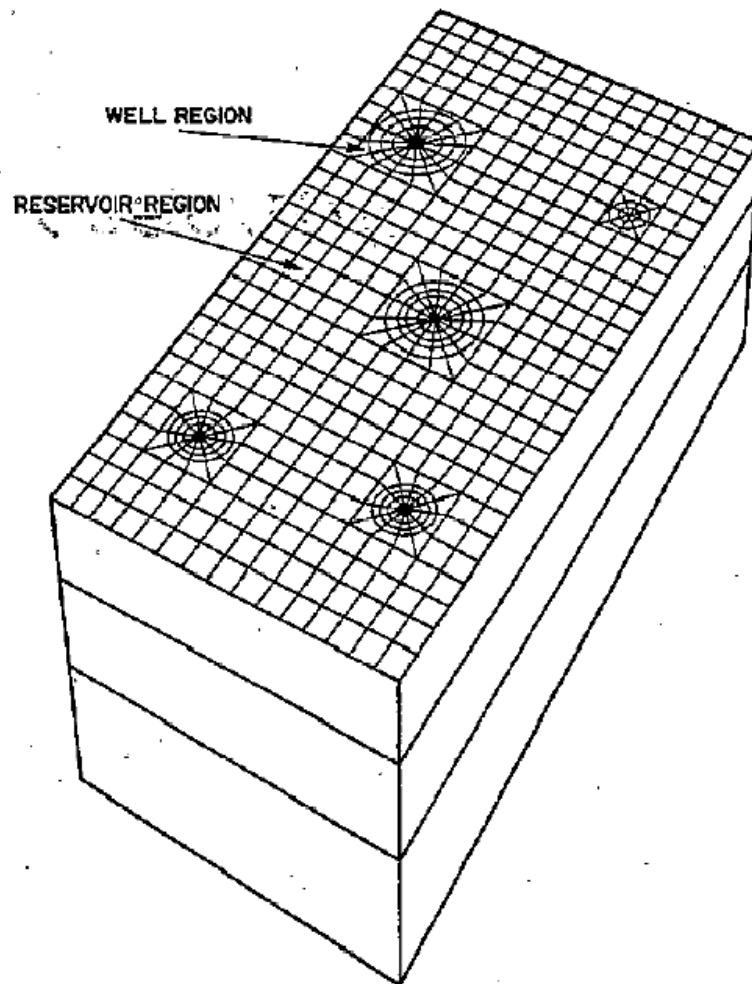


Рис. 3. Гибридные сетки для вертикальных скважин

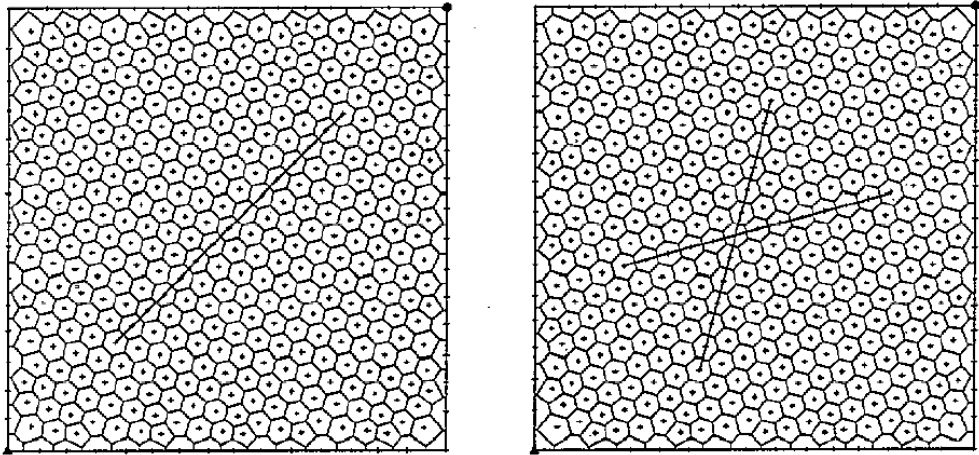


Рис. 4. Эквивалентные параллельные и диагональные сетки Вороного

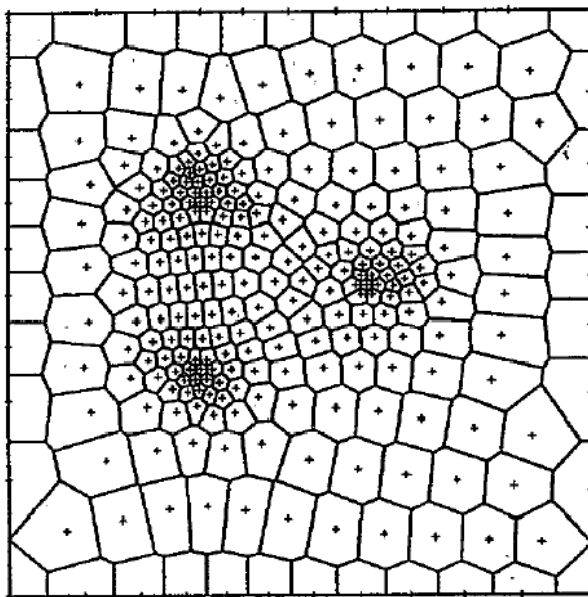


Рис. 5. Модель локального измельчения в случае сеток Вороного

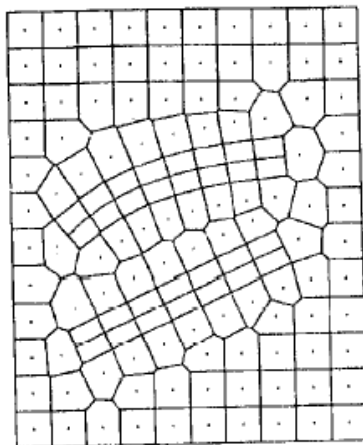


Рис. 6. Улучшенное моделирование двух горизонтальных скважин при помощи сеток Вороного

Определение понятия сеток Вороного можно найти в работе [4]. Фактически картезианские сетки являются специальным случаем сеток подобного рода [2, 4, 5].

В работах [6, 7] предложены простые и точные методы вычисления проводимостей скважинных ячеек для неоднородных пластов на нерегулярных сетках.

По определению, точная модель скважины должна давать одинаковое забойное давление p_w по сравнению с аналитической моделью однофазного течения. Для получения аналитического решения (забойного давления p_w) рассматривается уравнение линейной, однофазной фильтрации в заданной области. Флюид предполагается обладающим постоянной сжимаемостью. Та же задача решается численно для получения давления в сеточной ячейке, вскрытой скважиной (p_0). По определению, эквивалентный радиус r_0 оценивается в соответствии с уравнением:

$$\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right) = \frac{kh}{qB\mu}(p_0 - p_w). \quad (1)$$

Этот подход справедлив и для сеток Вороного, поскольку отсутствуют явные ограничения на его применимость с точки зрения геометрии сетки. Опубликованные результаты по моделированию скважин показывают, что различные модельные задачи часто генерируют близкие проводимости скважинных ячеек при условии, что имеется достаточное количество сеточных блоков между скважинами.

Процедура получения «точной» проводимости скважинной ячейки состоит в следующем.

1. Определяют модель, наиболее близко аппроксимирующую реальный пласт. В работах [4, 5, 7] модельная задача включала произвольное число скважин (добывающих и нагнетательных), полностью вскрывающих пласт. Использовались граничные условия непротекания.

2. Забойное давление скважины получают решением модельной задачи аналитическими методами.

3. Величину r_0 получают из соотношения:

$$\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right) = \frac{kh}{qB\mu}(p_0 - p_w) = \frac{kh}{qB\mu}(\bar{p} - p_w) - \frac{kh}{qB\mu}(\bar{p} - p_0), \quad (2)$$

где q – дебит рассматриваемой скважины, а \bar{p} – среднее пластовое давление. Первый член данного уравнения может быть представлен в виде двух частей:

$$\frac{kh}{qB\mu}(\bar{p} - p_w) = \frac{kh}{qB\mu}(p_{ini} - p_w) - \frac{kh}{qB\mu}(p_{ini} - \bar{p}), \quad (3)$$

где p_{ini} – начальное пластовое давление. Первый член в правой части уравнения (3) получают из аналитического решения работы [7], а вторую часть – из соотношения материального баланса:

$$p_{ini} - \bar{p} = \frac{\sum_m Bq_m t}{Ah\phi C_t} = \frac{Bq_{tot} t}{Ah\phi C_t}, \quad (4)$$

где ϕ – средняя пористость, C_t – общая сжимаемость, q_m – дебит m -ой скважины, а q_{tot} – суммарный дебит добычи из пласта.

Второй член в правой части уравнения (2) вычисляется по решению, полученному однофазным симулятором. Авторы работ [5, 7] доказали также, что r_0 можно вычислять и для неоднородных пластов.

В виде формул данный подход выглядит следующим образом. В соответствии с приложением А работы [8] аналитическое решение для забойного давления удовлетворяет соотношению:

$$\frac{kh}{qB\mu}(\bar{p} - p_w) = \frac{\xi_{anal}^w}{2\pi}, \quad (5)$$

где

$$\xi_{anal}^w = \sum_m \frac{q_m}{q} p_{Dm} - 2\pi \frac{q_{tot}}{q} t_{DA}, \quad (6)$$

а q_m – дебит m -й скважины; p_{Dm} – безразмерное давление в точке расположения интересующей скважины, вызванное m -й скважиной и всеми ее образами; $t_{DA} = \frac{kt}{\phi\mu C_t} A$ –

безразмерное время; A – площадь пласта.

Также определяют численное слагаемое ξ_{num}^0 следующим образом:

$$\frac{kh}{qB\mu}(\bar{p} - p_0) = \frac{\xi_{num}^0}{2\pi}, \quad (7)$$

где

$$\xi_{num}^0 = \frac{2\pi kh}{qB\mu}(p_{ini} - p_0) - 2\pi \frac{q_{tot}}{q} t_{DA}. \quad (8)$$

Подставляя (6) и (8) в уравнение (2), получают соотношение для эквивалентного

радиуса:

$$\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right) = \frac{\xi_{anal}^w - \xi_{num}^0}{2\pi}. \quad (9)$$

Тогда проводимость скважинной ячейки вычисляется по формуле:

$$T_w = \frac{2\pi kh}{\xi_{anal}^w - \xi_{num}^0}. \quad (10)$$

В действительности точное значение проводимости скважинной ячейки T_w по формуле (10) получают в каждый момент времени. Однако длительное моделирование следует базировать на установившемся значении при псевдостационарном или стационарном течении.

Отметим, что полученные коэффициенты проводимости скважинной ячейки точны только для рассматриваемой конфигурации расстановки скважин. Для другой расстановки скважин полученные коэффициенты становятся неточными, приводя к появлению численного скин-фактора.

Упрощенная модель. В работе [6] также разработана упрощенная модель для изолированных скважин, как на однородной, так и на неоднородной сетке. В соответствии с этой моделью:

$$r_0 = d_{ij^*} \exp\left(-\frac{d_{ij^*}}{b_{ij^*}}\right), \quad (11)$$

где i – индекс сеточного блока, содержащего скважину, а d_{ij^*} – расстояние от узла i до наиболее удаленного узла j , задействованного в шаблоне для узла i . А b_{ij^*} – длина соединения между сеточными блоками i и j (рис. 7).

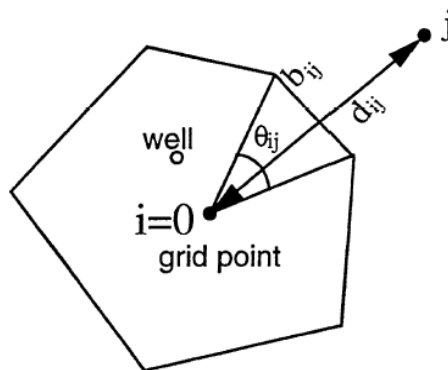


Рис. 7. Скважинный блок в сетке Вороного и его соседние блоки

Для регулярного многоугольника:

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{ij} = \tan\left(\frac{\pi}{N}\right). \quad (12)$$

Для квадратной сетки (11) сводится к соотношению Писмена [9]:

$$r_0 = 0.208 \Delta x.$$

Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Научное обоснование новых экологически чистых технологий разработки месторождений углеводородов в сложных горно-геологических условиях на основе 3D-компьютерных экспериментов», № АААА-А16-116022510270-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Heinemann Z.E., Brand C.W., Munka M., Chen Y.M.* Modeling reservoir geometry with irregular grids // SPERE. 1991. May. P. 225–232. Paper SPE 18412.
2. *Katzmayr M., Ganzer L.* An iterative algorithm for generating constrained voronoi grids // Paper SPE 118942 prepared for presentation at the SPE Reservoir Simulation Symposium. The Woodlands, Texas, USA, 2–4 February 2009. 11 p.
3. *Palagi C.L., Aziz K.* Handling of wells in reservoir simulators // Paper presented at the 4th International Forum on Reservoir Simulation. Salzburg, Austria, 31 August–4 September 1992.
4. *Palagi C.L., Aziz K.* Modeling vertical and horizontal wells with Voronoi grid // Paper SPE 26301. Supplement to SPE 24072. 1994. 8 p.
5. *Palagi C.L., Aziz K.* The modeling of vertical and horizontal wells with Voronoi grid // Paper SPE 24072 prepared for presentation at the SPE Western Regional Meeting. Bakersfield, CA, 30 March–1 April 1992. 7 p.
6. *Palagi C.L., Aziz K.* Use of Voronoi grid in reservoir simulation // Paper SPE 22889 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Dallas, Texas, USA, 6–9 October 1991. 9 p.
7. *Palagi C.L.* Generation and application of Voronoi grid to model flow in heterogeneous reservoir: Ph.D. dissertation. Stanford University, 1992. 408 p.
8. *Peaceman D.W.* Interpretation of well–block pressures in numerical reservoir simulation // SPEJ. 1978. June. P. 183–194.
9. *Pedrosa O.A.Jr., Aziz K.* Use of a hybrid grid in reservoir simulation // SPERE. 1986. Vol. 1, № 6. P. 611–621.