

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОВОДИМОСТИ СКВАЖИННОГО СОЕДИНЕНИЯ. МЕТОД ПИСМЕНА

Э.С. Закиров, С.Н. Закиров, И.М. Индрупский, Д.П. Анিকেев
ИПНГ РАН, e-mail: ezakirov@ogri.ru

В данной работе, являющейся продолжением статьи авторов «О представлении скважины в 3D гидродинамической модели» в данном выпуске, рассматриваются методы Писмена и близкие к нему подходы к вычислению проводимости скважинного соединения.

Метод Писмена [1] является классическим и используется в качестве опции по умолчанию во всех существующих коммерческих симуляторах. Хотя метод имеет достаточно большое количество ограничивающих предположений, его применяют повсеместно, не проверяя справедливость лежащих в его основании предположений (рис. 1).

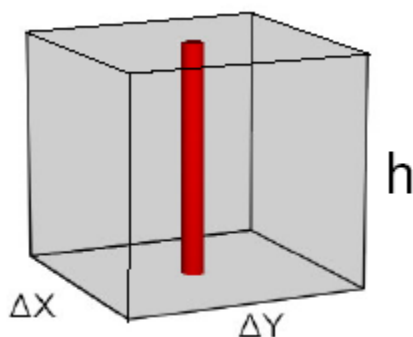


Рис. 1. Модель Писмена для вычисления индекса продуктивности скважины

Основное предположение данного метода состоит в том, что полученное решение справедливо для одиночной вертикальной скважины в однородной сеточной области. Сеточный блок со скважиной вскрывается ею полностью по высоте. А сама скважина расположена строго в центре сеточного блока. Также предполагается, что скважина направлена вдоль вертикальной оси. Течение предполагается однофазным. Отсутствует взаимодействие с границами и другими скважинами.

Забойное давление отличается от давления в сеточном блоке, вскрытом скважиной. Эти два давления взаимосвязаны и эта связь проста в однофазном случае. В работе [1] Писмен показал, что вычисленное давление в сеточном блоке, вскрытом скважиной, не является средним давлением в этом блоке.

Наиболее простая форма связи между давлениями в пласте и на забое получается в предположении однофазности и стационарности радиального течения:

$$p(r) = p^w + \frac{q^w \mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right). \quad (1)$$

В работе [1] Писмен ввел понятие эквивалентного радиуса сеточного блока r_0 . Было показано, что давления в сеточных блоках, соседних к скважинному сеточному блоку, приближенно удовлетворяют уравнению радиальной стационарной фильтрации:

$$p(r) = p_0 + \frac{q^w \mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right). \quad (2)$$

Если r_0 – радиальное положение, в котором вычисленное симулятором значение сеточного давления равняется радиальному давлению по формуле (1), то уравнение для определения r_0 суть следующее:

$$p^w = p_0 + \frac{q^w \mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r_w}{r_0}\right). \quad (3)$$

Итак, искомый радиус r_0 соответствует такому местоположению в пласте, для которого вычисленное давление сеточного блока равно стационарному забойному давлению в скважине. Соответствующий эквивалентный радиус не является физической величиной, но представляет собой промежуточную переменную, актуализирующую модель скважины:

$$q^w = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_0 - p^w}{\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right)}. \quad (4)$$

Здесь p_0 – давление в сеточном блоке, вскрытом скважиной. Уравнение (4) может рассматриваться как определение для задания r_0 .

Чтобы получить выражение для r_0 , используются два подхода: численные эксперименты и приближенный аналитический подход. В последнем случае предполагается, что давления в сеточных блоках, окружающих сеточный блок со скважиной, в точности удовлетворяют радиальному течению. Численный подход дает точное значение, и вычисления проводятся путем сопоставления с известным аналитическим решением [2, 3]. Аналитический подход дает хорошее приближение в

отдельных случаях, а в некоторых – приводит к значительным ошибкам.

Для прямоугольных сеточных блоков с анизотропной проницаемостью Писмен [4] определил T_w следующим образом:

$$T_w = \frac{2\pi\sqrt{k_x k_y} \Delta z}{\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right) + S}, \quad (5)$$

где

$$r_0 = 0.28 \frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_y}{k_x} \Delta x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_y} \Delta y^2}}}{\sqrt[4]{\frac{k_y}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_y}}}. \quad (6)$$

Формулы Писмена справедливы при следующих ограничениях:

- они точны только для однофазного течения;
- поле проницаемости должно быть однородно-анизотропным;
- скважина вскрывает весь пласт, что означает справедливость формул только для двумерных случаев;
- сетка должна быть однородной;
- скважина является изолированной и располагается вдали от границ пласта или других скважин;
- скважина параллельна одной из осей;
- должен достигаться псевдостационарный или стационарный режим течения.

При этом в работе [4] показано, что модель (5)–(6) для скважины, расположенной в центре изолированного прямоугольного сеточного блока, дает хорошее приближение к аналитическому решению для пятиточечного элемента разработки, если соотношение сторон блока $\alpha = \Delta y / \Delta x$ лежит в диапазоне $[1/3, 3]$. Эта же модель дает плохие результаты за пределами данного интервала, поскольку нарушается неявное предположение о радиальности притока. Изолированность скважины означает, что на расстоянии $10 \max(\Delta x, \Delta y)$ отсутствуют другие скважины, а границы пласта находятся на расстоянии не ближе $5\Delta x + 0.5\Delta z / \Delta x$ по вертикали и $5\Delta z + 0.5\Delta x / \Delta z$ по горизонтали [5].

Следует отметить, что формулы (5)–(6) получены только для пятиточечного разностного шаблона на плоскости. Если шаблон меняется, то становятся справедливыми

аналоги формул (5)–(6). Так, для любого девятиточечного шаблона в работе [6] получена следующая формула для эквивалентного радиуса:

$$r_0 = 0.28073 \frac{\sqrt{(T_x + T_y) \frac{\Delta x \Delta y}{\sqrt{k_x k_y} h}}}{\sqrt[4]{\frac{k_y}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_y}}}, \quad (7)$$

где T_x, T_y – проводимости вдоль осей x и y , вычисляемые по формулам:

$$T_x = (kh) \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{2}{3} \frac{(kh)}{\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y}},$$

$$T_y = (kh) \frac{\Delta x}{\Delta y} - \frac{2}{3} \frac{(kh)}{\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y}}.$$

Для девятиточечной схемы (Yanosik–McCracken) [7] последнее соотношение для однородно-изотропного случая с $\Delta x = \Delta y$ сводится к формуле:

$$r_0 = 0.16208 \Delta x. \quad (8)$$

Аналогичный результат был опубликован в работе [8].

Вычисления по формулам (5)–(6) не обладают точностью, если скважина расположена не в центре ячейки. Или имеется несколько скважин внутри сеточного блока. Некоторые решения для смещенных скважин в пределах сеточной ячейки предложены в работах [9, 10]. В этом случае меняется шаблон расчета притока к скважине. Кроме непосредственно вскрытой скважиной ячейки в формулу для расчета дебита попадают соседние по латерали ячейки. При этом флюиды напрямую добываются/закачиваются из соседних сеточных ячеек.

Если появление нескольких скважин в сеточной ячейке не актуально для моделирования прогрессивных скважин, то прохождение траектории скважины через центр ячейки связано с реальной траекторией проводки скважины. В случае, когда скважина не проходит вдоль центра ячейки параллельно одной из координатных осей, расчет притока в такой скважинной ячейке будет иметь значительную погрешность. А это – вполне реальная ситуация с прогрессивной скважиной. Сказанное означает, что сеточная область должна подстраиваться под траекторию скважины, чтобы та в каждой вскрытой сеточной ячейке проходила строго через центр вдоль одной из координатных осей.

Однако такое требование приводит к затруднениям при расчете различных вариантов траектории скважины и при моделировании систем разработки на основе прогрессивных скважин. Кроме того, оно усложняет процедуры апскейлинга.

Другой важный вопрос – использование секторных моделей. Формула Писмена справедлива для изолированных скважин, когда до границ пласта имеется не менее 5 сеточных ячеек и 10 ячеек – до любой другой скважины [5]. Расположение скважины в углах сектора с учетом элемента симметрии расстановки скважин приводит к также трудно оцениваемой погрешности вычисления притока в скважинной ячейке.

При размещении скважины около непроницаемых границ области фильтрации ее можно моделировать с помощью прежних формул (5)–(6). Но в соответствии с [11], необходимо добавлять псевдоскин-фактор в соответствующем знаменателе формулы (5).

Альтернативное решение предложено в работе [12]. Выполняя часть аналитической работы вручную, отражая скважину от непроницаемых границ, авторы получили конечную формулу для расчета эквивалентного радиуса. Рассмотрим подробнее данный подход.

На рис. 2 представлен сеточный блок с номером 0 со своими соседями на нерегулярной блочно-центрированной сетке. Сеточный блок со скважиной называем внутренним сеточным блоком, если все границы пласта находятся вне границ данного сеточного блока. В противном случае блок считается граничным.

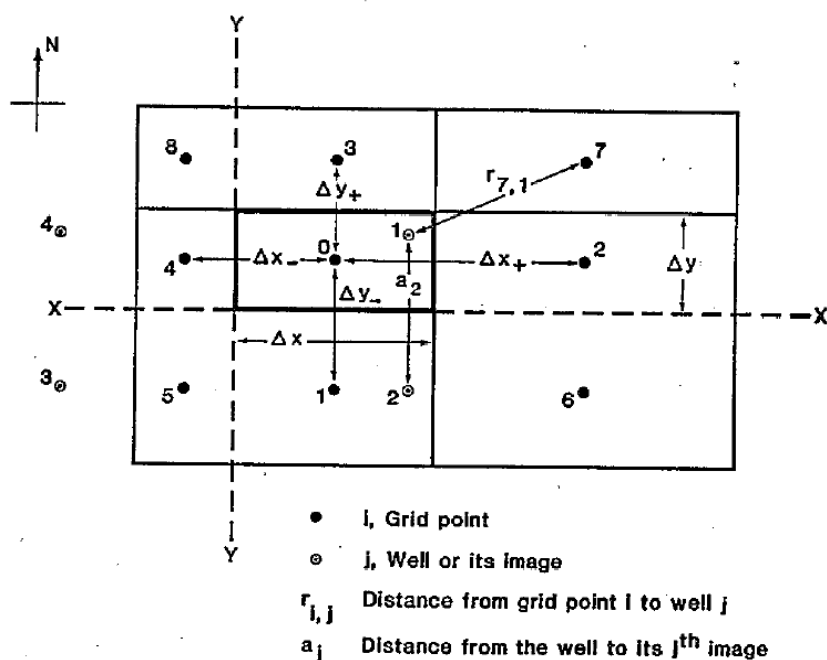


Рис. 2. Сеточный блок 0 и окружающие его блоки

При пятиточечном шаблоне на приток в ячейку 0 влияют блоки с номерами от 1 до 4. При девятиточечном – все восемь соседних блоков. Рассмотрим пример учета граничных условий. Если одна граница пласта проходит по южной границе блока, т.е. пласт расположен к северу от линии xx , то блоки 1, 5 и 6 отсутствуют в разностном шаблоне. Аналогично, если дополнительно западная граница блока – граница пласта, т.е. пласт расположен к востоку от линии yy , то в шаблоне также отсутствуют блоки 4, 5 и 8.

Перейдем к определению параметров, связанных со скважиной. Пусть скважина в блоке 0 обозначается номером 1, а расстояние между узлом i и скважиной j обозначается r_{ij} . Если сеточный блок со скважиной является внутренним блоком, то в фиктивной скважине нет необходимости. Но если сеточный блок является граничным, то определяют от 1 до 3 фиктивных скважин, в зависимости от числа внешних границ, проходящих через блок. Расстояние между скважиной под номером 1 и ее образом j обозначают a_j .

Далее для скважины, расположенной около границ внешней области, определялась одна вспомогательная переменная f :

$$f = \begin{cases} 1, & \text{для скважины внутри пласта} \\ 1/2, & \text{для скважины около одной границы} \\ 1/4, & \text{для скважины около двух границ} \end{cases} \quad (9)$$

Тогда для любой скважины формулу притока переопределяют следующим образом:

$$q = \frac{2\pi khf(p_0 - p_w)}{\mu \ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right)}. \quad (10)$$

При условии стационарности конечно-разностное уравнение для блока 0 имеет вид:

$$q = \frac{kh}{\mu} \sum_i T_i (p_i - p_0), \quad (11)$$

где T_i – проводимости между сеточными блоками 0 и i .

Для эквивалентного радиуса r_0 в [12] выводят следующее выражение:

$$r_0 = \left\{ \exp(-2\pi f) \prod_i \left[r_{i,1}^{T_i} \prod_j \left(\frac{r_{i,j}}{a_j} \right)^{T_i} \right] \right\}^{1/\sum_i T_i}. \quad (12)$$

В последней формуле произведение осуществляют по всем сеточным блокам i , окружающим сеточный блок 0 . А произведение по индексу j выполняют по всем существующим образам скважины. Выражение не зависит от шаблона разностной аппроксимации. Оно выполнено как для пятиточечного, так и для девятиточечного разностного шаблона. Таким образом, для граничных сеточных ячеек со скважиной требуется некоторая модификация и формулы притока (10), и формулы для расчета эквивалентного радиуса (12).

Другой подход к решению рассматриваемой проблемы использует идею, предложенную в публикации [13]. В работе [12] ввели геометрический фактор G_w . Типичные значения геометрического фактора G_w приводятся в табл. 1. Связывая его с эквивалентным радиусом по формуле:

$$G_w = \frac{r_0}{\sqrt{\frac{A}{\pi f}}}, \quad (13)$$

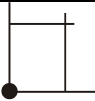

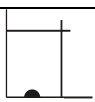
где $A = \Delta x \Delta y$ – площадь сеточного блока со скважиной, для G_w получили следующее общее выражение:

$$G_w = \sqrt{\frac{\pi f}{A}} \frac{1}{a} \left[\exp(-4\pi f) \prod_i (R_i)^{T_i} \right]^{1/2 \sum_i T_i}, \quad (14)$$

где $a = a_2 a_3 a_4$ и $R_i = (r_{i,1} r_{i,2} r_{i,3} r_{i,4})^2$.

Таблица 1

Типичные значения геометрического фактора G_w для квадратного углового сеточного блока

Расположение скважины	Шаблон дискретизации	Значение
	пятиточечный	0.63888
	девятиточечный	0.61096
	пятиточечный	0.34254
	девятиточечный	0.28585
	пятиточечный	0.65045
	девятиточечный	0.59500

Следуя работе [13], формулу притока с учетом фактора G_w записывают в виде:

$$q = \frac{2\pi khf}{\mu} \frac{p_0 - p_w}{\ln\left(\frac{G_w r_e}{r_w}\right)}, \quad (15)$$

где $r_e = \sqrt{\frac{A}{\pi f}}$. Проводимость скважинной ячейки тогда определяют просто как:

$$T_w = \frac{2\pi khf}{\ln\left(\frac{G_w r_e}{r_w}\right)}. \quad (16)$$

Оба представленных метода в виде формул (10), (12) и (15), (16) могут быть реализованы в существующих симуляторах только на уровне предварительного расчета и импорта коэффициентов проводимости скважинных блоков. С учетом большого числа прогнозных расчетов с различными конфигурациями скважин такой подход представляется малореалистичным, поскольку требует автоматизированных методов вычисления скважинных проводимостей. По этой причине варианты, предложенные, например, в работах [14, 15 и др.], в расчет не принимаются. Хотя они и являются более точными, годными к применению на неравномерных сетках.

Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Научное обоснование новых экологически чистых технологий разработки месторождений углеводородов в сложных горно-геологических условиях на основе 3D-компьютерных экспериментов», № АААА-А16-116022510270-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Peacetan D.W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation // SPEJ. 1978. June. P. 183–194.
2. Вахитов Г.Г. Решение задач подземной гидродинамики методом конечных разностей // Труды ВНИИнефть. 1957. Вып. 10. С. 53–88.
3. Вахитов Г.Г. Эффективные способы решения задач разработки неоднородных нефтеводоносных пластов. М.: Гостоптехиздат, 1963. 216 с.
4. Peacetan D.W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability // SPEJ. 1983. June. P. 531–543.

5. *Peaceman D.W.* Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation. Part 3. – Off center and multiple wells within a well-block // SPERE. 1990. Vol. 5, No. 2. 6 p.
6. *Shiralkar G.S.* Calculation of flowing well pressure in reservoir simulation using nine-point differencing // J. Canad. Petrol. Technol. 1989. Vol. 28, No. 6. P. 73–82.
7. *Yanosik J.L., McCracken T.A.* A nine-point finite-difference reservoir simulator for realistic predictions of adverse mobility ratio displacements // SPEJ. 1979. August. P. 253–262.
8. *Kuniansky J., Hillesta J.G.* Reservoir simulation using bottomhole pressure boundary conditions // SPEJ. 1980. December. P. 473–486.
9. *Agaev G.S.* Improved technique for off-center well modelling in multidimensional reservoir simulation // Paper SPE 35532 prepared for presentation at the European 3D Modelling Conference. Stavanger, Norway, 16–17 April 1996. 6 p.
10. *Su H.J.* Modelling of off-center wells in reservoir simulation // SPE Reservoir Engineering. 1995. P. 47–51.
11. *Chen G., Tehrani D.H., Peden J.M.* Calculation of well productivity in a reservoir simulator (I) // Paper SPE 29121 prepared for presentation at the 13th SPE Symposium on Reservoir Simulation. San Antonio, Texas, USA, 12–15 February 1995. 15 p.
12. *Abou-Kassem J.H., Aziz K.* Analytical well models for reservoir simulation // SPEJ. 1985. August. P. 573–579.
13. *Au A.D.K., Behie A., Rubin B., Vinsome K.* Techniques for fully implicit reservoir simulation // Paper SPE 9302 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Dallas, Texas, USA, 21–24 September 1980. 12 p.
14. *Ding Y., Renard G.* A new representation of wells in numerical reservoir simulation // Paper SPE 25248 prepared for presentation SPE Reservoir Engineering. 1994. Vol. 9, No. 2. P. 140–144.
15. *Klausen R.A., Aavatsmark I.* Connection transmissibility factors in reservoir simulation for slanted wells in 3D grids // Paper prepared for presentation at the 7th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. Baveno, Italy, 5–8 September 2000.