АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ПРОТИВОТОЧНОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКИ

Е.М. Лобанов
ВНИГНИ, e-mail: info@vnigni.ru

Изучение процесса спонтанной противоточной капиллярной пропитки (СПКП) представляет интерес для уточнения механизма вытеснения нефти водой при разработке нефти из трещиноватых коллекторов [1]. В данной работе представлены новые аналитические решения СПКП, которые хорошо соотносятся с результатами численного моделирования. Более детальное рассмотрение некоторых вопросов данной статьи можно найти в работах автора [2], [3].

Для описания противоточной капиллярной пропитки используются: уравнения сохранения массы для обеих фаз с законом Дарси для фильтрационных потоков и кривая капиллярного давления P_c. Тогда, при условии равенства встречно-направленных потоков нефти и воды $q_w = - q_o$, СПКП описывается квазилинейным уравнением параболического типа

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = a^2 \frac{\partial}{\partial x}\left[\Phi \frac{\partial S_w}{\partial x}\right] , \qquad \Phi(S_w) = \frac{k_{ro} \cdot k_{rw}}{\mu_w k_{ro} + \mu_o k_{rw}} \frac{\partial P_c}{\partial S_w} , \qquad (1)$$

где Φ – функция капилляропроводности, $a^2 = K/m \cdot \mu_{ow}$. Насыщенность на открытой поверхности S_w^{op} принимается постоянной на протяжении всего времени пропитки. Из-за условия непротекания на запечатанном торце образца потоки отсутствуют: $q_w = q_o = 0$.

Все время пропитки разбивается нами на три периода – автомодельный, “псевдоавтомодельный” и неавтомодельный заключительный. Автомодельный период продолжается от начала до подхода фронта пропитки к запечатанному торцу образца. Далее следует непродолжительный псевдоавтомодельный период, смысл которого будет объяснен ниже. Неавтомодельный период завершает пропитку в условиях относительно резкого падения величины входящего потока пропитки.

Автомодельный профиль насыщенности со временем просто растягивается вдоль оси *x,* сохраняя форму. В этом случае решение уравнения (1) зависит от автомодельной переменной $\eta = x/\sqrt{t}$, а скорость перемещения насыщенности S_w равна

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{S_w} = \Omega/\sqrt{t} \quad , \tag{2}$$

где $\Omega(S_w)$ – функции перемещения заданной насыщенности, вид которой будет определен ниже. Поток пропитки может быть также представлен в альтернативном виде:

$$q_w = m \cdot A \cdot \int \Omega \, dS_w \Big/ \sqrt{t} \quad . \tag{3}$$

Подставляя поток (3) в уравнение (1), получаем связь между насыщенностью и автомодельной переменной (профиль насыщенности):

$$\eta/2 = \Omega(S_w) \ . \tag{4}$$

Дифференцируя его по S_w , будем иметь выражение для градиента насыщенности

$$\frac{dS_w}{d\eta} = 1/2 \cdot \Omega' \ . \tag{5}$$

Перед построением решения СПКП рассмотрим область насыщенностей, в которой оно реализуется. Отметим, что пропитка идет за счет только внутренних (капиллярных) сил, поэтому все параметры потока самосогласованы и определяются характеристиками пористой среды и свойствами флюидов. Величина S_w^{op}, которая формально является граничным условием, не может быть задана произвольно.

При $S_w \le S_{wr}$ фильтрационные потоки пропитки отсутствуют. При $S_w > S_{wr}$ и $\Phi' > 0$ имеет место поток пропитки.

Так как насыщенность $S_w^{op} = \mathrm{const}$, то она не перемещается, и выполняется условие $\Omega(S_w^{op}) = 0$. Максимальная величина потока достигается на входном торце, и ему соответствует максимально допустимая насыщенность. При водонасыщенностях с $\Phi' < 0$ (правая часть кривой Ф) функция Ω < 0, и здесь нет физически обоснованного решения. Таким образом, насыщенность на открытом торце S_w^{op} соответствует максимальному значению функции $\Phi(S_w)$, и эта насыщенность определяет коэффициент извлечения нефти при противоточной капиллярной пропитке.

Для нахождения функции $\Omega(S_w)$ приравняем традиционное и альтернативное выражения для потока

$$-\frac{K\cdot\Phi\cdot A}{\mu_{ow}}\frac{\partial S_w}{\partial x}=\frac{mA}{\sqrt{t}}\cdot\int\Omega\,dS_w\,. \tag{6}$$

Перейдем к автомодельной переменной η и масштабируем $\Omega=a\cdot\omega$, перейдя к функции $\omega(S_w)$. Тогда уравнение (6) представляется в следующем виде

$$-\frac{\Phi}{2\cdot\omega'}=y^{op}-\int_{S_w}^{S_w^{op}}\omega\,dS\,, \tag{7}$$

где y^{op} – параметр потока пропитки на открытом торце образца (граничное условие). Это исходное интегро-дифференциальное уравнение для нахождения функции ω.

Удобнее представить (7) в виде нелинейного дифференциального уравнения второго порядка

$$y''=-\Phi/2\cdot y\,,\quad \text{где } y(S_w)=y^{op}-\int_{S_w}^{S_w^{op}}\omega\,dS\,. \tag{8}$$

Построение его решения начинается с задания на открытой поверхности $\omega=0$ и граничного потока y^{op}. Затем последовательно, по шагам убывания насыщенности, рассчитывается величина потока y. Подбирая y^{op}, методом пристрелки находится решение, которое проходит через $y(S_{wf})=0$ при водонасыщенности на фронте пропитки $S_{wf}=\max(S_{wi},S_{wr})$.

Подставляя рассчитанную таким способом функцию ω в уравнение (4), получаем профиль насыщенности в каждый момент времени и зависимость насыщенности в заданной точке от времени в неявном виде

$$x=2a\cdot\omega(S_w)\cdot\sqrt{t}\,. \tag{9}$$

Альтернативное представление для потока пропитки получается из формулы (3):

$$q_w=Am\cdot a\cdot\left(y^{op}-\int_{S_w}^{S_w^{op}}\omega\,dS\right)\frac{1}{\sqrt{t}}\,,\quad \text{при этом } y^{op}=\int_{S_{wf}}^{S_w^{op}}\omega\,dS\,. \tag{10}$$

При предельном начальном насыщении $S_{wi} < S_{wr}$ процесс СПКП идет со скачком насыщенности, продвигающимся со скоростью V_j. Эта скорость может быть получена из условия сохранения массы на скачке и по формуле (2). Приравнивая эти выражения скоростей, в результате преобразований имеем следующее уравнение для нахождения насыщенности на скачке S_{wj}:

$$\Phi_f = -2 \cdot (S_{wj} - S_{wi}) \cdot \omega_f \cdot \omega'_f \quad . \tag{11}$$

По известному на каждый момент времени профилю насыщенности можно построить профили давления в нефти P_o и воде P_w. Из закона Дарси для воды получим следующее выражение для давления в водной фазе:

$$P_w = -\frac{\mu_w}{\mu_{ow}} \int_{S_w}^{S_w^{op}} \frac{\Phi}{k_{rw}} dS \quad . \tag{12}$$

Здесь полагается, что давление в воде на открытом торце $P_w^{op} = 0$. Аналогично, распределение давления в нефти находится по формуле

$$P_o = P_c(S_w^{op}) + \frac{\mu_o}{\mu_{ow}} \int_{S_w}^{S_w^{op}} \frac{\Phi}{k_{ro}} dS \quad . \tag{13}$$

Объем извлеченной нефти равен объему впитанной воды, поэтому, проинтегрировав входной поток (10) по времени, получаем следующую временную зависимость

$$Q_o^{\,I} = 2Am \cdot a \cdot y^{op} \cdot \sqrt{t} \quad . \tag{14}$$

Из (9) следует, что время прохождения фронтом насыщенности образца керна длиной L равно $t^{Ia} = L^2 \cdot m\mu_{ow} \big/ 4K \cdot \omega_f^2$ Фиксировать время завершения автомодельного периода t^{Ia} позволяет установленный на запечатанном торце датчик давления, который отреагирует на изменение насыщенности при подходе фронта.

После соприкосновения фронта насыщенности с поверхностью запечатанного торца наступает неавтомодельный период пропитки. Из-за нелинейности процесса найти достаточно общее решение, которое могло бы использоваться на практике, не представляется возможным. Тем не менее можно получить интересующий практику закон изменения объема пропитки (извлечения нефти) со временем. Выполнение условия непротекания на запечатанном торце можно рассматривать как появление источника, формирующего встречный (дополнительный) поток, который на запечатанном торце естественно должен быть равен автомодельному потоку. При этом перемещение насыщенности во встречном потоке к открытой поверхности происходит с конечной скоростью. Ее величина определяется капилляропроводностью Ф и градиентом насыщенности через функцию перемещения насыщенности [2]. Встречный поток достигает открытого торца только через некоторое время, а до этого момента открытая поверхность “не знает” о граничном условии на запечатанном торце. Поэтому сохраняется зависимость (14), хотя профиль насыщенности со временем все больше отличается от автомодельного вида. На протяжении такого “псевдоавтомодельного” периода происходит как бы заполнение профиля насыщенности у запечатанного торца, и профиль насыщенности сглаживается с уменьшением его градиента по мере приближения к запечатанному торцу.

Наличие псевдоавтомодельного периода отмечается при численном моделировании СПКП и подтверждается экспериментами, проведенными в [4]. Интересы авторов настоящей работы были обращены на интерпретацию измерений давления при СПКП, и они не обратили внимание на этот факт. Тест пропитки проводился на образце H8O песчаника Berea с $S_{wi} = 0$. По появлению электрической проводимости в поперечном сечении образца определялось продвижение фронта насыщенности x_f. Регистрировались объем пропитки Q_w и давление на запечатанном торце P_{end}. Эти измерения были представлены в виде графика зависимостей Q_w, x_f и P_{end} от $\sqrt{t}$. С начала пропитки и на протяжении 2.5 ч, когда фронт достигает запечатанного торца, Q_w и x_f были пропорциональны $\sqrt{t}$. В этот период средняя насыщенность была равна $\left\langle S_w^{Ia} \right\rangle = 0.403$ и давление на торце образца оставалось постоянным и равным P_{end} = 3.19 кПа. Затем P_{end} уменьшалось до нуля в течение 8.3 ч. Линейная временная зависимость Q_w сохранялась на протяжении псевдоавтомодельного периода t^I = 6 ч, и за это время достигалась средняя насыщенность $\left\langle S_w^{I} \right\rangle = 0.444$.

К моменту достижения встречным потоком открытой поверхности образца существенно изменяется профиль насыщенности – он выравнивается за псевдоавтомодельный период. Затем наступает неавтомодельный период, и входной поток пропитки снижается более быстро. Капилляропроводность становится везде сравнительно большой, поэтому имеет место относительно быстрая реакция модели в целом на текущий входной поток. Отсюда следует, что изменение $\left\langle S_w^{II} \right\rangle$ обусловлено текущей величиной $\left\langle S_w^{II} \right\rangle$. В этот период пропитки в образце можно выделить две области, разделенные подвижной границей. Существенные изменения насыщенности, приводящие к изменению формы ее профиля, происходят в области у запечатанного торца. Область у открытого торца можно рассматривать как транзитную для входного потока, так как ее насыщенность контролируется постоянной S_w^{op}. Здесь от автомодельного периода унаследована отрицательная величина производной d^2S_w/dx^2

Входной поток q_w^{op}, увеличивая со временем среднюю насыщенность, тем самым уменьшает градиент насыщенности по отношению к его автомодельной величине. Величина $q_w^{op} \cdot \sqrt{t}$ характеризует степень автомодельности решения, так как определяет отношение потоков при неавтомодельном и автомодельном режимах. Поэтому можно полагать, что уменьшение приведенного входного потока пропорционально его величине, т.е. текущей степени автомодельности:

$$\frac{d(q_w^{op} \cdot \sqrt{t})}{dt} = -b \cdot (q_w^{op} \cdot \sqrt{t}) . \tag{15}$$

После интегрирования получаем:

$$q_w^{op} = Am \cdot a \cdot y^{op} \; \exp[-b(t - t^I)] / \sqrt{t} . \tag{16}$$

Аналогичная формуле (15) зависимость использовалась в [1] для расчета интенсивности перетоков при вытеснении нефти водой из трещиновато-пористой среды.

Отсюда для второго периода получается следующая зависимость:

$$\left\langle S_w^{II} \right\rangle = S_{wi} + (\left\langle S_w^{I} \right\rangle - S_{wi})\left\{1 + \exp(bt^I) \cdot \sqrt{\frac{1}{bt^I}} \left[erf\left(\sqrt{bt}\right) - erf\left(\sqrt{bt^I}\right)\right]\right\} . \tag{17}$$

Так как со временем $\left\langle S_w^{II} \right\rangle \to S_w^{op}$, находим параметр ($bt^I$) с помощью метода итераций из уравнения

$$\exp(bt^I) \cdot \sqrt{\frac{1}{bt^I}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} - erf\left(\sqrt{bt^I}\right)\right] = \frac{S_w^{op} - \left\langle S_w^{I} \right\rangle}{\left\langle S_w^{I} \right\rangle - S_{wi}} . \tag{18}$$

Параллельно с аналитическим подходом к решению проблем СПКП нами проводились расчеты с использованием метода сеточного моделирования [5]. При моделировании использовалась равномерная блочно-центрированная сетка из N+1 узлов (с шагом $\Delta x = L/N$). Для разностной аппроксимации уравнения (1) была выбрана чисто неявная двухслойная схема, определенная на четырехточечном шаблоне, и выбран временной шаг τ. Тогда для сеточной функции $S_{w(l)}$ получается следующее разностное уравнение:

$$A_l\, S_{w(l-1)} - C_l\, S_{w(l)} + A_{i+1}\, S_{w(l+1)} = -F_l \quad , \quad \text{где } l = 1, 2.., N+1 \,. \tag{19}$$

Для определения потока между узлами сетки на временном шаге j использовались две схемы взвешивания [5] –
“средней капилляропроводности”:

$$A_l = 0.5 \cdot \left[\Phi(S^{j+1}_{w(l-1)}) + \Phi(S^{j+1}_{w(l)})\right] \cdot a^2 \tau/(\Delta x)^2 \tag{20}$$

и “против потока”:

$$A_l = \Phi(S^{j+1}_{w(l-1)}) \cdot a^2\, \tau/(\Delta x)^2 \quad . \tag{21}$$

При этом коэффициенты C_l и F_l уравнения (19) определялись как $C_l = A_l + A_{l+1} + 1$ и $F_l = S^j_{w(l)}$ (т.е. насыщенности на предыдущем временном шаге j). На открытой поверхности образца задавалось граничное условие I-го рода: $C_1 = 10^{30}$; $F_1 = S^{op}_w \cdot 10^{30}$. На запечатанном торце это граничное условие выполняется автоматически при задании $A_{N+1} = 0$.

Уравнение (19) решалось методом прогонки [5]. Поскольку капиллярпроводность является нелинейной функцией насыщенности, то и уравнение (19) является нелинейным относительно насыщенности S^{j+1}. Поэтому на каждом временном шаге для нахождения насыщенности проводилось три итерации с уточнением коэффициентов A_l и C_l .

Моделирование СПКП выполнялось для образца H8O Beare песчаника. Параметры этого образца подробно описаны в [2]. Для упрощения полагалось, что A=1, L=1 и a^2=1. Таким образом, был осуществлен переход к безразмерному времени.

При расчетах принималось, что N = 100 и $\tau/(\Delta x)^2 = 1$. Для оценки приемлемой точности получаемых профилей пропитки выполнялись варианты с более детальной разбивкой при N = 500, а также при $\tau/(\Delta x)^2 = 0.3$. Результаты расчетов по схемам (20) и (21) дают близкие профили насыщенности. Несколько более высокая скорость перемещения фронта насыщенности получается при расчетах по схеме (21).

С целью более полного изучения временной зависимости СПКП были выполнены расчеты для трех вариантов начального насыщения образца нефтью: предельного (S_{wi}=0), полного (S_{wi}=S_{wr}) и неполного (S_{wi}>S_{wr}). Для наиболее часто встречающегося варианта – полного начального насыщения рассчитано для различных моментов времени изменение водонасыщенности образца песчаника в зависимости от расстояния от его открытого торца. На первом этапе СПКП профили ее насыщенности, рассчитанные для разных моментов времени от начала пропитки, имеют высокую степень автомодельности. Так, средние значения насыщенности, рассчитанные по их площадям, остаются практически постоянными. Это можно увидеть путем сравнения профилей, рассчитанных для моментов времени 1.72 и 6.9. С другой стороны, с высокой точностью величина приведенного входного потока пропитки $q_w^{op} \cdot \sqrt{t}$ также остается постоянной на этом этапе.

Для данного образца песчаника w_f = 0.1901 $\sqrt{кПа}$ и y^{op} = 0.04786 $\sqrt{кПа}$. Соответственно, безразмерное время достижения фронтом запечатанного торца образца керна равно t^{Ia} = 6.9. За автомодельный этап пропитки средняя водонасыщенность выросла от S_{wi} = 0.15 до $\left\langle S_w^{Ia} \right\rangle = 0.398$.

Псевдоавтомодельный режим реализуется в период времени от t^{Ia} = 6.9 до t^{I} = 8.45. За время псевдоавтомодельного режима средняя водонасыщенность увеличилась от $\left\langle S_w^{Ia} \right\rangle = 0.398$ до $\left\langle S_w^{I} \right\rangle = 0.434$.

По результатам моделирования можно проследить существенные изменения формы профиля насыщенности на заключительном этапе пропитки. На начало этого периода (t=8.45) транзитная область простирается до x=0.61, а со временем она сокращается до x=0.34 (t=9.30), x=0.17 (t=10.5), x=0.05 (t=11.7) и x=0.04 (t=12.9). Получена по результатам моделирования зависимость отношения градиента насыщенности при неавтомодельном режиме к градиенту насыщенности при автомодельном режиме при t = 8.45, 9.30, 11.7 и 12.9. Отметим, что при t = 8.45 эта дифференциальная характеристика сохраняет постоянство в области у открытой поверхности, что указывает на автомодельность входного потока. Со временем это отношение градиентов уменьшается, а область его постоянства сужается.

Получена зависимость $\mathrm{Ln}\left(q_w^{op}\sqrt{t}\cdot 10^2\right)$ от времени t, построенная по результатам моделирования для трех вариантов начальной нaыщенности. Вначале это постоянная величина, а ее падение во время заключительного периода аппроксимируется с высокой точностью линейной зависимостью. Эти графики подтверждают справедливость временной зависимости (10) для первых двух периодов и временной зависимости (16) для заключительного периода пропитки.

Отметим, что из-за наличия остаточной автомодельности профиля насыщенности у открытой поверхности заключительный период является достаточно продолжительным, что показали моделирование и экспериментальные данные (приведенные в [4]). Другая зависимость для входного потока пропитки, приведенная в работе [1], дает более короткую продолжительность этого периода.

Приведенные выше результаты относятся к типовому варианту полного начального насыщения образца (S_{wi}=S_{wr}=0.15). Такое же моделирование было выполнено для предельного (S_{wi}=0) и неполного (S_{wi}>S_{wr}) начального насыщения образца. Основные показатели этих вариантов приведены ниже.

S_{wi}	t^{Ia}	t^{I}	$\langle S_w^I \rangle$	bt^I из ур. (18)	b	b по числ. расчету
0.00	12.1	12.9	0.4333	2.85	0.221	0.2212
0.15	6.9	8.45	0.4342	1.82	0.216	0.2179
0.25	3.0	6.9	0.4491	1.60	0.233	0.2337

Несмотря на некоторые особенности приведенных вариантов, эти данные указывают на их единообразие. На протяжении автомодельного и псевдоавтомодельного периодов существует единая зависимость входного потока от времени, хотя профили насыщенности и скорости пропитки в этих режимах различны. К концу псевдоавтомодельного периода профили насыщенности выравниваются и становятся похожими на профиль насыщенности при достижении скачком насыщенности запечатанного торца (при варианте $S_{wi} = 0$). Так как на начало заключительного периода исходные величины $\langle S_w^I \rangle$ близки, то и коэффициент (b) во временной зависимости (16) слабо зависит от начальной насыщенности. Это, конечно, чисто схематическое описание процесса СПКП, без учета такой детали, как сравнительно малая продолжительность псевдоавтомодельного периода для варианта со скачком насыщенности.

На данных профилей насыщенности, полученных на сеточной модели, по формулам (12) и (13) были построены профили давлений в фазах для разных времен пропитки. Для образца с полным начальным насыщением построены профили давлений в нефти и воде на три момента времени: время соприкосновения фронта с запечатанным торцом (t=6.90), время окончания псевдоавтомодельного периода (t=8.45) и на завершающем этапе пропитки (t=11.7). Для автомодельного периода характерно относительно малое изменение давления в нефти и резкое падение профиля давления в воде из-за роста P_c при $S_w \to S_{wr}$. На протяжении псевдоавтомодельного периода из-за быстрого повышения насыщенности у запечатанного торца профиль давления в воде сглаживается, а давление на фронте уменьшается в 3.4 раза. При этом профиль давления в нефти практически не изменяется. В заключительный период перепады на образце давлений в нефти и воде синхронно уменьшаются.

В работе [6] была предложена фронтальная модель пропитки, которая широко используется в других работах американских авторов. Эта формальная схема не учитывает тот факт, что при СПКП фильтрационные потоки в каждой точке образца обусловлены градиентом насыщенности. Данная работа отчасти устраняет противоречия этой схемы, делая ненужным ввод эмпирических коэффициентов для ее согласования с экспериментом.

Заключение. Представлена одномерная сеточная модель СПКП смачивающей фазы (воды) в пористый образец породы и вытеснения из него несмачивающей фазы (нефти). Модель базируется на стандартных петрофизических данных об образце породы и флюидах. Для описания процесса пропитки введена функция перемещения насыщенности, предложено уравнение и граничные условия для ее расчета. Дан расчет параметров на открытой поверхности и на фронте пропитки, обоснована величина коэффициента вытеснения нефти при СПКП. Процесс пропитки разбивается на три периода – автомодельный, псевдоавтомодельный и заключительный. По результатам аналитического решения уравнения и сеточного моделирования определяются: объем извлечения нефти; профили – потока пропитки, насыщенности и давлений фаз. Проведенные расчеты для одного образца песчаника показали удовлетворительное согласие показателей, рассчитанных по предложенным аналитическим зависимостям, с уже имеющимися данными эксперимента СПКП на образце керна и численного моделирования.

Автор благодарит В.Н. Мартоса за обсуждение данной работы.

Обозначения в тексте

A — площадь поперечного сечения образца, м^2; $a = \sqrt{K/m\mu_{ow}}$ — коэффициент, $м/\sqrt{мПа \cdot с}$; b — параметр, определяющий падение входного потока пропитки по ф. (16); A_l , C_l и F_l — коэффициенты в уравнении (3); k_{ro} , k_{rw} — относительная проницаемость нефти и воды; K — проницаемость по воздуху, мкм^2; L — длина тестируемого образца породы, м; m — пористость; P_o и P_w — давление в фазах, кПа; P_c — капиллярное давление, кПа; P_{end} — давление на запечатанном торце, кПа; Q_o – объем извлеченной нефти, м^3; q_w — поток пропитки, м^3/с; S_w — водонасыщенность порового пространства; S_{wi}, S_{wr} — начальная и остаточная водонасыщенность; S_{or} — остаточная нефтенасыщенность; S_w^{op} — водонасыщенность на открытой поверхности; t — время с начала пропитки, с; V_f — скорость фронта насыщенности, м/с; x — расстояние от открытого торца образца, м; y^{op} — параметр потока пропитки на открытой поверхности, $\sqrt{кПа}$; μ_o, μ_w — вязкость нефти и воды, мПа·с; $\mu_{ow} = \sqrt{\mu_o \mu_w}$ — средняя вязкость нефти и воды; $\Phi(S_w)$ — капилляропроводность, кПа; $\Omega(S_w)$ — функция перемещения насыщенности, $\grave{i} / \sqrt{c}$; $\omega(S_w)$ — масштабированная функция перемещения насыщенности, $\sqrt{кПа}$. Индексы: a — автомодельный; o — нефть; w — вода; c — капиллярный; i — начальный, j — скачок, r — остаточный, op — открытая поверхность, f — фронт, l — номер узла сетки; I и II — первый и второй периоды пропитки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баренблатт Г.И. Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.
2. *Лобанов Е.М.* Точное автомодельное решение противоточной капиллярной пропитки // ИФЖ. 2011. Т. 84, № 5. С. 917–926.
3. *Лобанов Е.М.* О зависимости противоточной капиллярной пропитки от времени // ИФЖ. 2012. Том 85, № 2. С. 370-377.
4. *Li, Y., Ruth, D.W., Mason, G. and Morrow, N.R.* Pressures acting in counter-current spontaneous imbibition // J. Petrol. Sci. Engin. 2006. N 52. P. 87–99.
5. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
6. Cil, M. & Reis, J.C. A multi-dimensional, analytical model for counter-current water imbibitions into gas-saturated matrix blocks // J. Petrol. Sci. Engin. 1996. N 16. P. 61–69.