

ФРАКТАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ВЯЗКОСТИ ДЛЯ СКОРОСТЕЙ СДВИГА, БЛИЗКИХ К НУЛЮ

В.И. Лесин, С.В. Лесин*,
ИПНГ РАН, РГУНГ им. И.М. Губкина*, e-mail: lesinvictor@yandex.ru

Введение

В работах [1, 2] предложена фрактальная теория вязкости неньютоновских жидких коллоидных растворов. Вытекающая из теории зависимость вязкости от концентрации и физико-химических характеристик агрегатов коллоидных частиц фрактального строения была подтверждена экспериментально на ряде типичных коллоидных растворов, в том числе на нефти, нефтепродуктах и буровых растворах. Однако изложение теории было ограничено большими скоростями сдвига – $G = dV/dx$, при которых гидродинамические силы вносят основной вклад в процессы отрыва и присоединения коллоидных частиц к фрактальным агрегатам. В данной работе продолжено развитие фрактальной теории для скоростей сдвига, близких к нулю, когда вклад гидродинамических сил сравним со вкладом теплового движения частиц. Исследование этой области особенно важно для условий, когда средние скорости фильтрации флюидов в пласте составляют величины порядка $10^{-5} \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, а скорости сдвига близки к нулевым значениям.

Теория и эксперимент

В [1, 2] получена формула, связывающая вязкость η (Па·с) при данной скорости сдвига G с концентрацией n (см^{-3}) и размерностью поверхности фрактальных агрегатов D :

$$\eta = \eta_{\infty} (1 + Kna^3(R/a)^{D+1}). \quad (1)$$

Здесь a (см) – средний радиус коллоидной частицы, R (см) – средний инерциальный радиус фрактального агрегата при данной скорости сдвига G (с^{-1}), η_{∞} – вязкость при бесконечной скорости сдвига (что соответствует полностью разрушенным фрактальным агрегатам), D – размерность поверхности фрактального агрегата ($2 \leq D \leq 3$, $D = 2$ для сферы), K – безразмерный коэффициент, учитывающий форму агрегата. Формула (1) приведена с учетом авторских дополнений, не меняющих ее общий вид, но учитывающих сохранение размерности.

Радиус фрактального агрегата связан со скоростью сдвига G соотношением [3, 4]:

$$R = ka(G_0/G)^p, \quad (2)$$

где k – безразмерный параметр.

Путем подстановки (2) в (1) получаем зависимость

$$\eta = \eta_{\infty} (1 + k^p K n a^3 (G_0/G)^{p(D+1)}) , \quad (3)$$

где G_0 – параметр, характеризующий силу парного притяжения коллоидных частиц в агрегате, p – параметр, характеризующий разрушение агрегата в данном диапазоне значений G . Анализ работ, посвященных определению p путем численных экспериментов, показал, что эта величина сложным образом связана со многими параметрами коллоидной системы, в том числе с потенциалом взаимодействия частиц, температурой и механизмами формирования – распада фрактальных агрегатов.

Для жестких сферических частиц формула (1) совпадает с формулой Эйнштейна, когда $R = a$ и, следовательно, коэффициент формы $K = 15/4\pi$.

Полагая, что концентрация n – величина постоянная, и принимая $k^p K n a^3 G_0^{p(D+1)} = B$, а $\alpha = p(D+1)$, получаем полуэмпирическую формулу, предложенную в [5]:

$$\eta = \eta_{\infty} (1 + B G^{-\alpha}) . \quad (4)$$

В формуле (4) показатель степени α зависит как от фрактальной размерности площади агрегата коллоидных частиц, так и от параметров взаимодействия коллоидных частиц, отражающихся в величине p .

Формула (4) совпадает с формулой Оствальда $\eta \sim G^{-\alpha}$ для области значений G , когда $B G^{-\alpha} \gg 1$ и $\alpha = p(D+1) = \text{const}$.

Широко известные и экспериментально подтвержденные зависимости являются частными случаями формулы (1) и вытекающей из нее формулы (4), где показатель α имеет ясный физический смысл и может быть определен в не зависящих от измерений вязкости экспериментах.

Зависимость (4) спрямляется в координатах $\ln(\eta/\eta_{\infty} - 1)$, $\ln G$ путем подбора величины η_{∞} .

В работе [6] подтверждено, что фрактальная модель и формула (4) применимы и для случая течения жидкости, содержащей фрактальные агрегаты в плоских щелях высотой 1,5 и 4 мкм. Этот экспериментально установленный факт позволяет применять формулу (4) и для моделирования движения нефти и воды в реальных условиях пласта.

Рис. 1 иллюстрирует подход к расчету зависимости вязкости от скорости сдвига. Поверхность фрактального агрегата движется в соответствии с градиентом распределения скоростей во вмещающей жидкости, и значения скоростей линий тока V_x сохраняют свои

значения вплоть до границ фрактального агрегата. Это приводит к тому, что агрегат вращается вокруг своего центра инерции с частотой G , а каждая точка поверхности радиуса R вращается относительно центра инерции со скоростью GR . При этом горизонтальная составляющая скорости точки на поверхности совпадает со скоростью вмещающей жидкости V_x .

Действительно, обозначая величиной θ угол, который составляет вектор, направленный из центра инерции к поверхности агрегата, с линией тока, проходящей через центр масс, получаем горизонтальную составляющую скорости поверхности в этой точке, равную (см. рис. 1):

$$V(\theta) = V_{ci} + GR\sin\theta, \quad (5)$$

где V_{ci} – скорость центра инерции агрегата.

Горизонтальная скорость жидкости на этом расстоянии $R\sin\theta$ от линии тока жидкости, проходящей через центр инерции, также равна $V_x = V_{ci} + GR\sin\theta$. Следовательно, все точки поверхности агрегата движутся со скоростями, равными скоростям течения вмещающей жидкости, и вращение агрегата позволяет сохранять градиент скорости.

Очевидно, что величина вязкости в рамках предложенной модели стремится к постоянной конечной величине $\eta(0)$ при $G \rightarrow 0$. Это связано с тем, что гидродинамическое напряжение $S \sim GR$ уменьшается с уменьшением G , поэтому начиная с некоторого значения $G < G_{\min}$ силы гидродинамического отрыва становятся меньше сил взаимного притяжения коллоидных частиц $F = Aa/12h^2$ (см., например, [7]). Здесь A – константа Гамакера, равная по порядку величины kT при комнатной температуре, h – расстояние между поверхностями частиц. Из вышесказанного следует, что при $G < G_{\min}$ вязкость η не будет зависеть от G , поскольку в этих условиях агрегаты можно рассматривать как твердые и недеформируемые частицы.

Оценим величину $G_{\min}$ исходя из термодинамического подхода. Согласно этому подходу, $G_{\min}$ соответствует такому градиенту скорости, который создает вращение агрегата с энергией, меньшей, чем тепловая энергия, приходящаяся на эту степень свободы, – $kT/2$. Кинетическая энергия вращения агрегата с частотой $G_{\min}$ равна $MR^2(2\pi G_{\min})^2$, где M – масса фрактального агрегата. Следовательно,

$$MR^2(2\pi G_{\min})^2/2 < kT/2, \quad (6)$$

откуда

$$G_{\min} < (kT/4\pi^2 MR^2)^{0,5}. \quad (7)$$

Принимая $R = 10^{-3}$ см, $M = 10^{-8}$ г, получаем оценку $G_{\min} < 2 \cdot 10^{-1}$ с⁻¹.

На рис. 2 показан пример зависимости вязкости коллоидного раствора полимера от скорости сдвига вплоть до очень малых значений. Зависимость $\ln(\eta/\eta_{\infty} - 1)$ от $\ln G$ снята при комнатной температуре для 6%-ного раствора ксантогената целлюлозы в воде. Молекулярный вес ксантогената 5000. Величина вязкости при $G \rightarrow 0$ стремится к конечному значению η ($G \approx 0$) $\approx 1,7$ Па·с. Наклон α оценивается в области, где $0,1 \text{ с}^{-1} < G < 0,8 \text{ с}^{-1}$, как $\alpha \approx 0,025$. С учетом общей тенденции снижения α при уменьшении G можно полагать, что $\alpha = 0$ в этой области значений G . По мере роста G величина растет и составляет $\alpha = 0,025; 0,27; 0,36; 0,6$. При η ($G \approx 0$) = 1,7 Па·с, $\eta_{\infty} = 0,015$ Па·с, $B = 100$.

Следует отметить, что измерение вязкости представляет собой процедуру определения силы τ , которая передается от вращающегося цилиндра на неподвижный цилиндр при данной скорости сдвига G . При $G \rightarrow 0$ сила $\tau \rightarrow 0$, и для определения $\eta = G/\tau$ необходимо точно определять τ , когда время измерения может составлять несколько часов. Очевидно, что точность измерения η в таких условиях не может быть высокой из-за малости величины τ .

Отметим, что величина α может быть отрицательной – $\alpha < 0$ для малых величин G , что, в соответствии с формулой (4), соответствует росту вязкости с ростом G . Это связано с наличием потенциального барьера взаимодействия коллоидных электрически заряженных частиц и электрически заряженных фрактальных агрегатов, что препятствует присоединению коллоидных частиц к фрактальным агрегатам. В этом случае при росте G происходит преодоление потенциального барьера высотой U и, следовательно, дополнительное присоединение коллоидных частиц к фрактальным агрегатам за счет роста скорости соударения на величину $GR\cos\theta$ (см. рис. 1). Полагая $U = 4,5 \cdot 10^{-14}$ эрг (что составляет величину порядка kT при комнатной температуре), оценим кинетическую энергию столкновения как $m_0(RG)^2/2 = 4,5 \cdot 10^{-14}$ эрг.

Принимая массу частицы $m_0 = 10^{-12}$ г, радиус $R = 10^{-2}$ см, $\theta = 0$, получаем оценку $G_{\max} \approx 3 \text{ с}^{-1}$.

Очевидно, что $G_{\max}$ представляет собой оценку скорости вращения, после превышения которой гидродинамические силы начнут отрывать коллоидные частицы от агрегата и, следовательно, величина α станет положительной.

На рис. 3 показана зависимость $\text{Ln}(\eta/\eta_\infty - 1)$ от $\text{Ln}G$, снятая при комнатной температуре для образца нефти, $\eta(G \rightarrow 0) \approx 25$ мПа·с, $\eta_\infty = 0,5$ мПа·с. Зависимость представлена в виде ломаной с наклонами участков $\alpha = -1,35$ ($0,7 \leq G \leq 1$ с⁻¹); $0,43$ ($1 \leq G \leq 8$ с⁻¹); $1,06$ ($8 \leq G \leq 25$ с⁻¹); $2,05$ ($25 \leq G \leq 60$ с⁻¹); $6,25$ ($75 \leq G \leq 60$ с⁻¹).

Во всех случаях величина $p(D+1) = \alpha \rightarrow 0$ при $G \rightarrow 0$, из чего следует, что $p \rightarrow 0$ при $G \rightarrow 0$. Такая зависимость оправдана, поскольку это означает, что со снижением гидродинамического напряжения снижаются скорости отрыва фрагментов и деформации фрактальных агрегатов.

Обработка раствора акустическими колебаниями также может приводить к отрыву фрагментов от фрактальных агрегатов, поскольку колебания сопровождаются возвратно-поступательным, ускоренным движением жидкости и возникновением переменной скорости сдвига с амплитудой G_{ac} , что может приводить к разрушению фрактальных агрегатов и снижению вязкости нефти.

Отметим, что если жидкость, например нефть, подвергается действию колебаний давления, которые сопровождаются незначительными колебаниями G_{ac} , то, как следует из вышеприведенного анализа, такое воздействие может сопровождаться как ростом вязкости нефти, так и отсутствием изменений вязкости. Величина G_{ac} должна быть достаточно большой для достижения эффекта снижения вязкости.

Отметим, что величина $BG^{-\alpha}$ в формуле (4) меняется непрерывно, в то время как величина α меняется скачкообразно и остается постоянной в пределах некоторой области значений G .

Выводы

Фрактальная модель вязкости предсказывает конечные значения вязкости в области скоростей сдвига, близких к нулю, что соответствует известным экспериментальным данным. Показано, что в этой области рост скорости сдвига может сопровождаться ростом вязкости. Теоретические положения фрактальной модели подтверждены экспериментальными данными, полученными для нефти и буровых растворов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лесин В.И.* Фрактальная формула зависимости вязкости неньютоновской жидкости от градиента скорости. // Георесурсы, геознергетика, геополитика. 2011. Вып. 1(3). Режим доступа: <http://www.oilgasjournal.ru>
2. *Lesin V.I., Koksharov Yu.A., Khomutov G.B.* Viscosity of liquid suspensions with fractal aggregates: magnetic nanoparticles in petroleum colloidal structures. // Colloids and surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects. 2011. Vol. 392. P. 88–94.
3. *Sonntag R.C., Russel W.B.* Structure and breakup of flocs subjected to fluid stresses: I–II. Shear experiments // J. Colloid. Interface Sci. 1986. Vol. 113. P. 399–413.
4. *Potantin A.I., Verkhusha V.V., Muller V.M.* Disaggregation of particles with biospecific interactions in shear flow // J. Colloid. Interface Sci. 1997. Vol. 188. P. 251–256.
5. *Лесин В.И., Лесин С.И.* О физической природе степенной зависимости вязкости буровых суспензий от скорости сдвига // Нефтепромысловое дело. 2004. № 1. С. 37–39.
6. *Шатагина Е.А., Шатагина А.А., Шатагин И.А.* Фрактальная структура ЭЖК слоев н-тетрадекана // Молодой ученый. 2011. Т. 1, № 8. С. 12–16.
7. *Долгоносоев Б.М.* Параметры равновесного спектра частиц в коагулирующей системе с распадом агрегатов // Коллоид. журн. 2001. Т. 63, № 1. С. 39–42.

ПРИЛОЖЕНИЕ

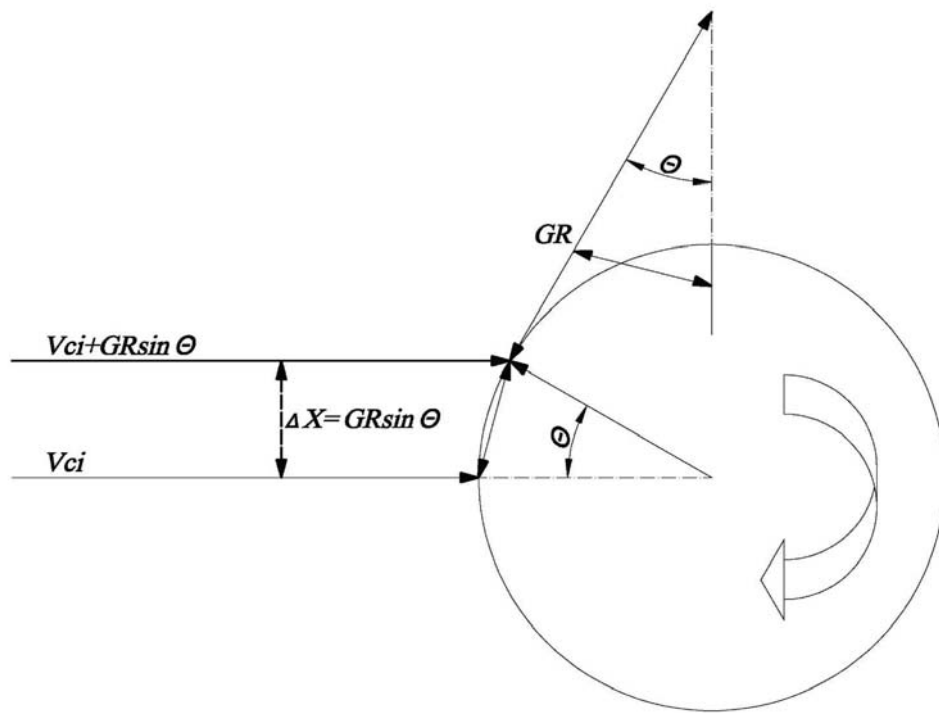


Рис. 1. Иллюстрация подхода к расчету зависимости вязкости от скорости сдвига. Ось X направлена вертикально вверх. Направление вращения фрактального агрегата (круг на схеме) относительно центра инерции показано изогнутой фигурной стрелкой внутри круга. Остальные пояснения в тексте

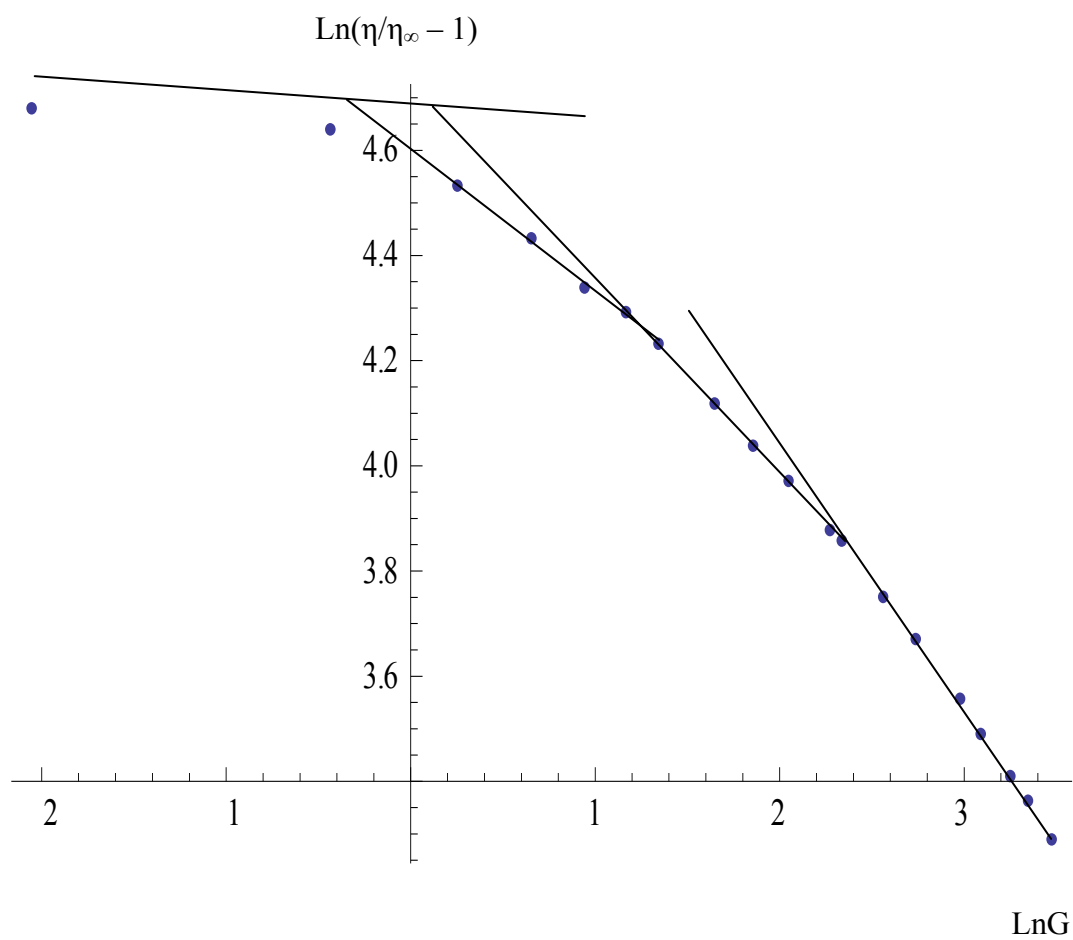


Рис. 2. Зависимость $\text{Ln}(\eta/\eta_\infty - 1)$ от $\text{Ln}G$, снятая при комнатной температуре для 6%-ного раствора ксантогената целлюлозы в воде. По мере роста G величина растет и составляет $\alpha = 0,025; 0,27; 0,36; 0,6$. При $\eta (G \approx 0) = 1,7 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\eta_\infty = 0,015 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $B = 100$

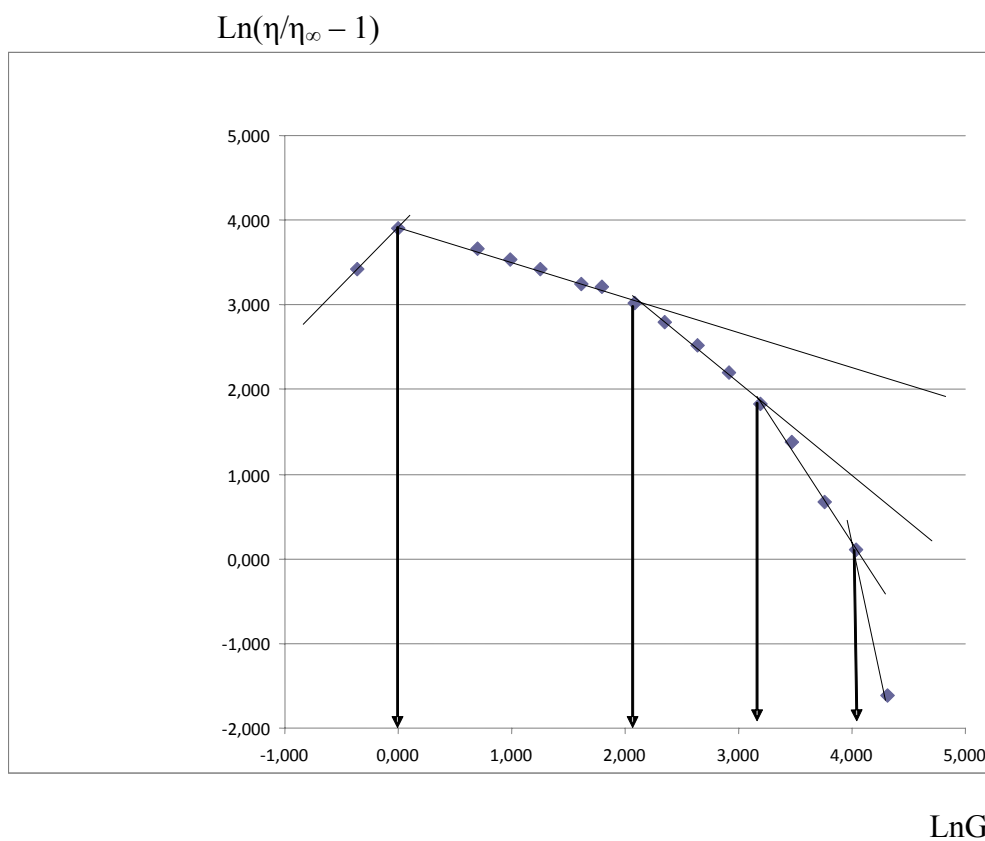


Рис. 3. Зависимость $\text{Ln}(\eta/\eta_\infty - 1)$ от $\text{Ln}G$, снятая при комнатной температуре для образца нефти. $\eta (G \rightarrow 0) \approx 25 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, $\eta_\infty = 0,5 \cdot \text{мПа}\cdot\text{с}$, $G_{\min} \approx 3 \text{ сек}^{-1}$