

ФРАКТАЛЬНАЯ ФОРМУЛА ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ОТ ГРАДИЕНТА СКОРОСТИ

В.И. Лесин
ИПНГ РАН, Москва

Введение

Известны десятки моделей и соответствующих им формул, описывающих зависимость вязкости неньютоновской жидкости от градиента скорости (скорости сдвига). Особенности применения наиболее известных моделей к экспериментально полученным данным описаны, например, в статье [1].

Особенностями всех ранее предлагавшихся моделей является большое количество произвольно выбираемых параметров, плохое совпадение с экспериментальными данными для всех значений скоростей сдвига, подход к жидкости как к особому случаю твердого тела с последующим использованием такого понятия, как деформация.

Такие модели и соответствующие им формулы не могут объяснить снижения вязкости при действии магнитного поля и ультразвуковых колебаний.

В данной работе обосновываются предложенная ранее автором физическая модель и соответствующая ей полуэмпирическая формула, продемонстрировавшая высокую точность как при описании экспериментальных данных, так и при обосновании действия магнитных и ультразвуковых полей и описании кинетики релаксации вязкости [2, 3].

Теория

Для вывода фрактальной формулы зависимости вязкости от градиента скорости, основанной на гипотезе, что потери кинетической энергии жидкости на отрыв фрагментов от агрегата коллоидных частиц и на деформацию агрегата пропорциональны радиусу агрегата [2], рассмотрим процесс измерения вязкости с помощью ротационного вискозиметра.

В ротационном вискозиметре коллоидный раствор помещается в зазор высотой h между двумя цилиндрическими поверхностями. Для измерения вязкости одна из поверхностей остается неподвижной, а другая приводится в движение со скоростью V

относительно неподвижной. При этом по формуле Ньютона определяется сила F , с которой жидкость с вязкостью η действует на неподвижную поверхность площадью S_o :

$$F = \eta(V/h)S, \quad (1)$$

где скорость сдвига $G = dV/dh = V/h$ из-за малой толщины зазора.

При этом над жидкостью вращающаяся цилиндрическая поверхность совершает работу мощностью N :

$$N = FV = \eta(V/h)SV \quad (2)$$

Эта мощность расходуется на работу сил вязкого трения $\eta_o(V/h)SV$, где η_o – вязкость вмещающей жидкости (или вязкость при бесконечной скорости сдвига), и на деформацию и отрыв фрагментов от фрактального агрегата.

Оценим мощность, которая затрачивается на деформацию и отрыв фрагментов от фрактального агрегата.

Поскольку площадь поверхности фрактального единичного агрегата $S_f \sim R^D$, где R – радиус фрактального агрегата, D – фрактальная размерность его площади [4, 5, 6], затраты мощности на этот вид потерь энергии пропорциональны произведению сил вязкого трения $\eta_o(V/h) R^D$ на скорость движения поверхности агрегата относительно его центра инерции V^* : $\eta_o(V/h) R^D V^*$.

Принимая концентрацию агрегатов равной величине n , получаем для потерь мощности N_f , связанных с отрывом фрагментов и деформацией агрегатов коллоидных частиц фрактального строения в объеме $S_o h$, оценку:

$$N_f \sim \eta_o(V/h)R^D nShV^*. \quad (3)$$

Поскольку $V^* = (V/h)R$, с учетом последнего замечания имеем:

$$N_f \sim \eta_o(V/h)R^D nSh(V/h)R. \quad (4)$$

Суммируя все виды потерь мощности и заменяя в (4) знак \sim на константу K , получаем окончательно:

$$\eta(V/h)S_oV = \eta_o(V/h) S_oV + Km\eta_o(V/h)R^D VR S_o. \quad (5)$$

Сокращая левую и правую части в (5) на множитель $(V/h)S_oV$, получаем:

$$\eta = \eta_o (1 + KnR^{D+1}). \quad (6)$$

Учтем, что стационарное значение радиуса фрактального агрегата связано со скоростью сдвига G соотношением [7, 8]:

$$R \sim G^{-p}. \quad (7)$$

Подставляя в (6) значение R , взятое из (7), и заменяя знак \sim на константу k , получаем «фрактальную» формулу, связывающую скорость сдвига с вязкостью неньютоновской жидкости:

$$\eta = \eta_0 + kKn\eta_0 G^{p(D+1)} . \quad (8)$$

Полагая, что концентрация n – величина постоянная, и принимая $kKn=k$, а $\alpha=p(D+1)$, получаем формулу, предложенную в [2]:

$$\eta = \eta_0(1 + k G^{-\alpha}). \quad (9)$$

В формуле (9) показатель степени α зависит как от фрактальной размерности площади агрегата коллоидных частиц, так и от потенциала взаимодействия коллоидных частиц и кинетики формирования фрактального агрегата, отражающихся в величине p .

Формула (6) получена для случая бимодального распределения агрегатов частиц по размерам: в поле скоростей сдвига формируются фракции компактных частиц малого размера и фрактальных агрегатов большого размера [9, 10]. При этом предполагалось, что компактные частицы могут увеличивать η_0 на величину, зависящую от занимаемого этими частицами объема. Очевидно, что для больших (10% и более) суммарных объемов коллоидных частиц в растворах для оценки нельзя к η_0 применять известную формулу Эйнштейна, полученную для не взаимодействующих между собой твердых коллоидных частиц в жидком растворе.

В формуле (6) R представляет средний радиус фрактальных агрегатов, причем распределение по радиусам отличается малой шириной, что позволяет заменить сумму $\sum \rho(n_i) R_i^{Di+1}$, где $\rho(n_i)$ плотность распределения фрактальных агрегатов с количеством частиц i и радиусом R_i , на nR^{D+1} .

Экспериментальная проверка формулы (9), вытекающей из формулы (6), показала, что такое приближение справедливо в стационарном случае. Для нестационарного случая величину nR^{D+1} следует заменить в формуле (6) на сумму $\sum \rho(n_i) R_i^{Di+1}$.

В случае, когда фрактальные агрегаты вырождаются в твердые частицы, с постоянными радиусами R формула (6) переходит в известную формулу Эйнштейна.

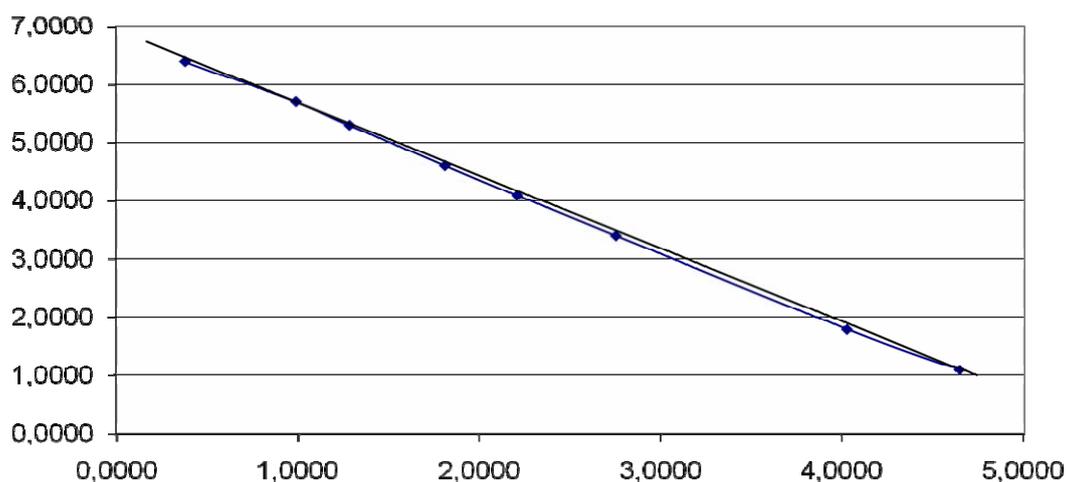
Как видно из формулы (9), для определения постоянных k и α достаточно построить экспериментально полученную зависимость стационарного значения вязкости от скорости сдвига, например, в форме:

$$\text{Ln}(\eta/\eta_0 - 1) = \text{Ln} k - \alpha \text{Ln} G. \quad (10)$$

Зависимость (10) линеаризуется путем подбора величины η_0 , т.е. величины вязкости, соответствующей большой скорости сдвига, или, если известна вязкость вмещающей жидкости, в качестве первого приближения η_0 можно принять вязкость вмещающей жидкости. Однако, поскольку величине η_0 соответствует вязкость жидкости, содержащей коллоидные частицы в виде компактных агрегатов или отдельных частиц, взаимодействующих между собой, оптимальная величина η_0 должна быть выше вязкости вмещающей жидкости.

На рисунке приведен пример такой линеаризации для случая бурового полимерного раствора в воде при комнатной температуре. Определенные по экспериментальным данным параметры, входящие в формулу (9): $\eta_0 = 0,038 \text{ Па}\cdot\text{с}$, что много больше вязкости воды при температуре $20 \text{ }^\circ\text{C}$, $k=1100$, $\alpha=1,24$.

Величина η_0 для данного случая больше вязкости для чистой воды примерно в 40 раз, что вызвано высокой объемной концентрацией коллоидных частиц в воде.



Зависимость $\ln(\eta/\eta_0-1)$ – ось ординат от $\ln G$ – ось абсцисс для бурового полимерного раствора при $20 \text{ }^\circ\text{C}$

Фотографии агрегатов коллоидных частиц в нефти, демонстрирующие их фрактальное строение, представлены в работах [11–13], в которых одновременно было показано присутствие ферромагнитных частиц в составе таких агрегатов. В работах [2, 3, 11] дано объяснение механизмов действия магнитного поля и колебаний давления на вязкость, а также показано [3, 11], что релаксация вязкости соответствует процессам релаксации распределения фрактальных частиц по размерам. Согласно [2, 3, 11],

уменьшение вязкости как под действием магнитного поля, так и под действием ультразвука обусловлено уменьшением радиусов фрактальных агрегатов в результате их разрушения за счет взаимодействия ферромагнитных частиц с магнитным полем и под действием гидродинамических сил, вызванных ультразвуковыми колебаниями, соответственно.

Выводы

На основе применения подхода к определению коэффициента вязкости как величины, отражающей потери энергии движущейся жидкости на деформацию и отрыв фрагментов от агрегатов коллоидных частиц фрактального строения, получена универсальная зависимость вязкости от скорости сдвига.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Матвеев В.Н., Курсанов Е.А., Ремизов С.В.* // Вестн. МГУ. Сер.2, Химия. 2001. Т. 42, № 5. С. 363–368.
2. *Лесин В.И., Лесин С.В.* // Нефтепромышленное дело. 2004. № 1. С. 37–39.
3. *Лесин В.И.* // Нефтепромышленное дело. 2008. № 1. С. 43–46.
4. *Pfeifer P., Avnir D.* // Chem. Phys. 1983. Vol. 79. P. 3558–3565.
5. *Pfeifer P., Avnir D.* // J. Chem. Phys. 1983. Vol. 79. P. 3566–3571.
6. *Bale H.D., Schmidt P.W.* // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53(6). P. 569–599.
7. *Sonntag R.C., Russel W.B.* // J. Colloid. Interface Sci. 1986. Vol. 113(2). P. 399–413.
8. *Sonntag R.C., Russel W.B.* // J. Colloid. Interface Sci. 1987. Vol. 115(2). P. 378–386.
9. *Gardner K.H., Theis T.L., Yong T.C.* // Water Res. 1998. Vol. 32(9). P. 2660–2668.
10. *Camp T.R.* // J.Amer. Water Works Assoc. 1962. Vol. 60(6). P. 656–673.
11. *Лесин В.И., Кокшаров Ю.А., Г.Б. Хомутов Г.Б.* // Нефтяное хозяйство. 2009. №3. С. 95–97.
12. *Лесин В.И., Кокшаров Ю.А., Г.Б. Хомутов Г.Б.* // Георесурсы, геоэнергетика, геополитика. 2010. Вып.1. www.oilgasjournal.ru
13. *Лесин В.И., Кокшаров Ю.А., Г.Б. Хомутов Г.Б.* // Нефтехимия. 2010. Т.50, №2. С. 114–117.