ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ К ОПИСАНИЮ СКОРОСТИ РАЗМЫВАНИЯ ГРУНТА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СКВАЖИННОЙ ГИДРОТЕХНОЛОГИИ И ОЦЕНКА РАЗМЕРА РЕЗЕРВУАРА ГАЗОХРАНИЛИЩА ПРИ ЗВУКОВОМ ЛОКАЦИОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ

А.Н. Вульфсон, О.О. Бородин
Институт проблем нефти и газа РАН
e-mail: vulfson@ipng.ru, borodin@ipng.ru

1. Введение

Последние десятилетия развития нефтегазового комплекса России характеризуются интенсивной газонефтедобычей в районах Крайнего Севера. При промышленной эксплуатации Бованенковского, Харасавэйского, Новопортовского, Ростовцевского и группы Тамбейских месторождений Ямала выход жидких углеводородов достигнет 10–12 млн т/год. Естественно, что такое количество стабильного конденсата и нефти требует их консервации и хранения. Проблема хранения природных углеводородов усугубляется замерзанием Северного морского пути в зимний период. Эффективное решение данной проблемы предполагает создание резервуарных парков нефтегазохранилищ с суммарным объемом порядка одного миллиона кубометров.

Геометрические параметры сооружаемых подземных резервуаров обусловливаются геокриологическим строением пород на выбранных участках строительства, их мощностью и глубиной залегания, определяющими скорость размывания и форму выработки. Существенны также и деформационно-прочностные характеристики многолетних мерзлых горных пород, которые определяют форму свода резервуара [1].

Наиболее эффективным методом строительства подземных нефтегазохранилищ и добычи полезных ископаемых в мерзлом грунте является метод скважинной гидротехнологии. Вариант этой технологии с вертикальным расположением колонны труб представлен на рис. 1. В рамках этого варианта в мерзлый грунт устанавливаются две вертикальные соосные трубы с радиусами R_1 и R_0 и высотами h_1 и h_0 соответственно. Известны различные схемы реализации этой технологии.

При прямоточной схеме горячая вода поступает в резервуар по внутренней трубе радиусом R_0, а водно-песчаная смесь откачивается на поверхность через межтрубное кольцевое пространство. Трубы заглубляются на разную высоту ($h_1 < h_0$). Для того чтобы обеспечить попадание пульпы в межтрубное пространство, поверхность внешней трубы перфорируется.

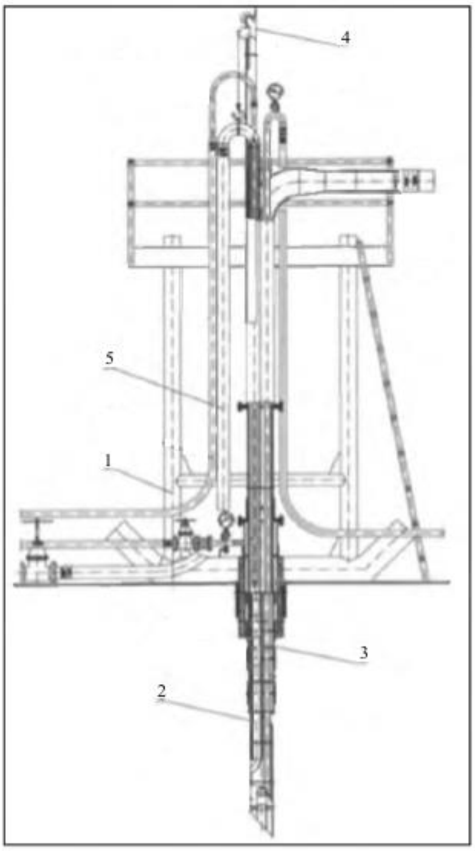

Рис. 1. Эрлифтовый снаряд: *1* – монтажная платформа; *2* – колонна водопадающая; *3* – колонна пульподъемная; *4* – рама монтажная; *5* – водоподающий рукав

Прямоточный режим способствует максимальному перемешиванию жидкости в выработке. При его использовании рост выработки по высоте наиболее равномерен. Недостатком данного режима является невысокая концентрация водно-песчаной смеси.

При противоточной схеме горячая вода поступает в резервуар по межтрубному кольцевому пространству, а водно-песчаная смесь откачивается на поверхность через внутреннюю трубу радиусом R_0. Трубы заглубляются на разную высоту ($h_1 < h_0$). Перфорации поверхности внешней трубы в этом случае не требуется. Противоточная схема реализации гидротехнологии [2] представлена на рис. 2.

Противоточный режим эффективен для выноса из выработки рассеянных нерастворимых включений. При его использовании водно-песчаная смесь достигает высоких концентраций. Недостатком этого режима является увеличение размывания верхней части резервуара. Подробное описание различных вариантов реализации скважинной гидротехнологии приводится в [2] и [3].

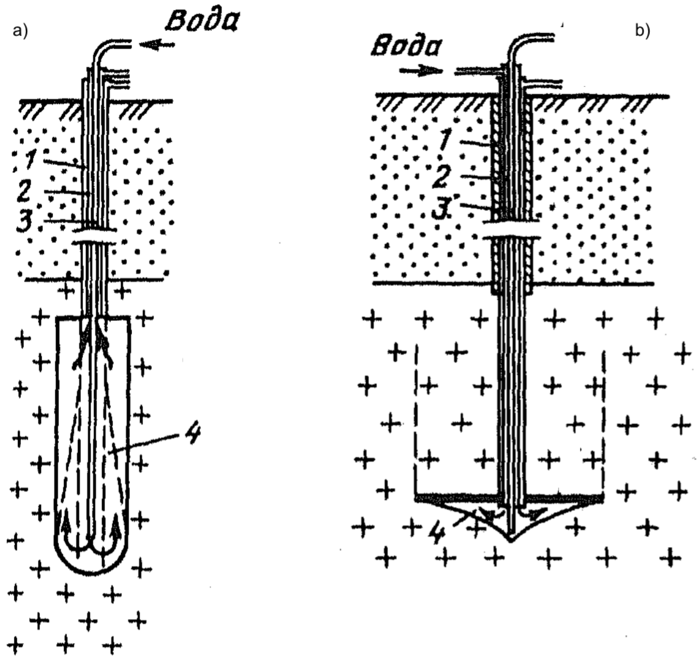

Рис. 2. Схемы основных технических режимов подачи воды: *а* – прямоточная; *б* – противоточная; крестики и точки обозначают мерзлые грунты различной морфологии; цифры обозначают элементы конструкции: *1* – обсадная колонна; *2, 3* – внешняя и центральная подвесные колонны соответственно; *4* – выработка-емкость

Форма подземного резервуара должна обеспечивать устойчивость его свода [4, 5], поэтому технологический процесс размывания грунта сопровождается периодической звуколокационной съемкой полости резервуара, которая позволяет производить корректировку процесса конструирования резервуара в мерзлом грунте и предупреждать нежелательные обрушения грунта в полости резервуара.

Техника звуколокационных измерений реализуется с помощью излучателя-приемника ультразвуковых колебаний, опускаемого в полость. Прибор генерирует узкий луч и фиксирует его отражение от стенок резервуара. За счет поворота излучателя на определенный угол и его азимутальной привязки фиксируется горизонтальное сечение на любой фиксированной высоте выработки. Форма резервуара определяется совокупностью горизонтальных сечений. Имеются звуколокаторы, фиксирующие и вертикальные сечения. При сканировании через одну или две подвесные колонны без их подъема определение формы осуществляется с несколько меньшей точностью и без азимутальной привязки (подробнее о реализации звуколокации см., например, в [6]). Типичная схема развития выработки-емкости, построенная по результатам звуколокации, согласно [2], приведена на рис. 3.

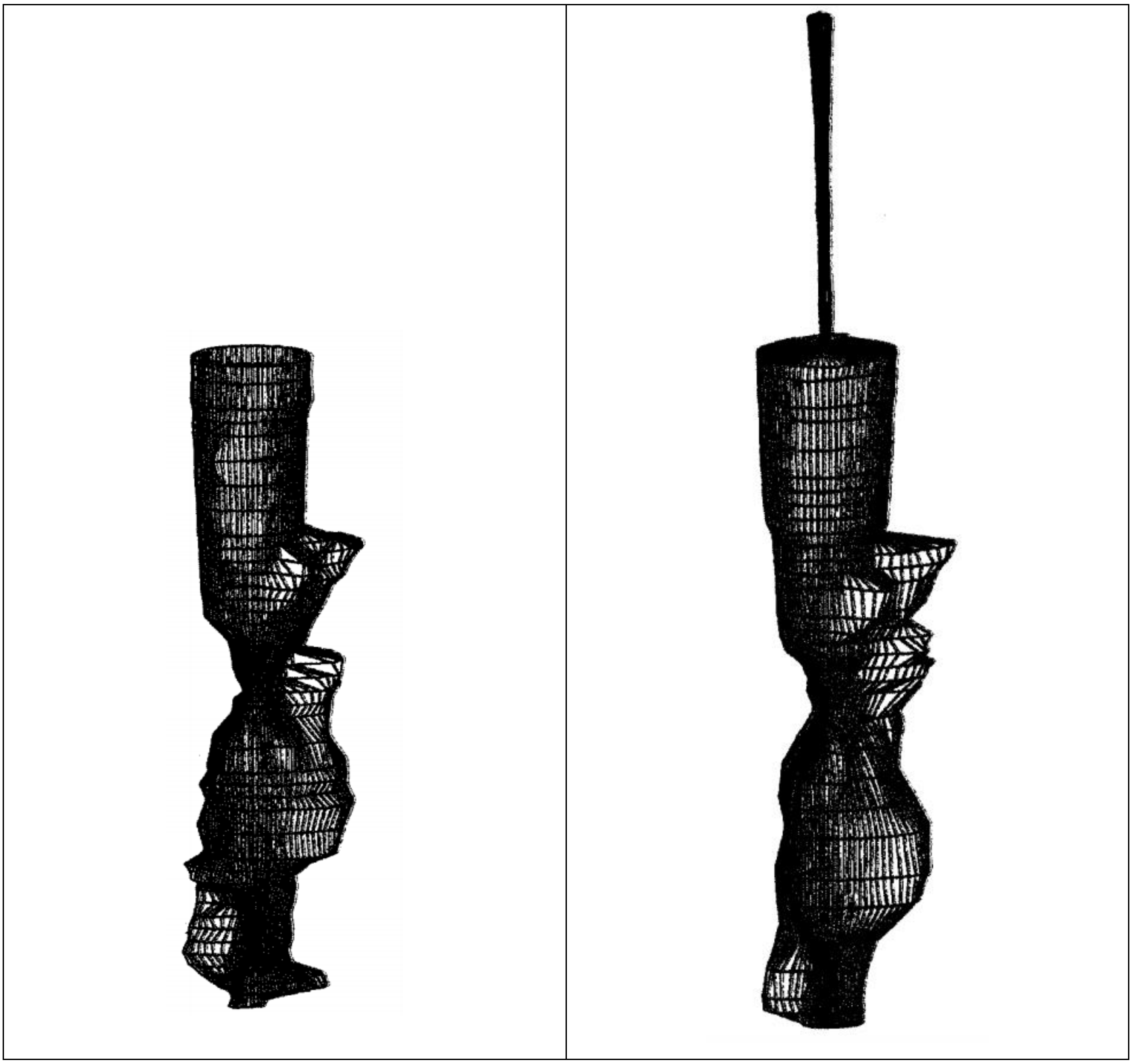

Рис. 3. Схема развития выработки-емкости, построенная по результатам звуколокации [2]

Существенным дополнением к методу звуколокационного сканирования является компьютерный мониторинг, использующий численное моделирование. Его специфика заключается в возможности определения размеров и времени создания емкости хранилища, как до начала, так и до завершения его строительства.

Существующие численные модели позволяют исследовать устойчивость купола резервуара. В известных моделях принято предположение об однородности и изотропности мерзлых пород. Для описания реологических свойств многолетнемерзлых пород используется упруго-вязко-пластичная модель Друкера – Прагера [5]. Физикомеханические и реологические параметры модели определяются в процессе лабораторных экспериментов.

Новые численные модели, позволяющие осуществлять прогноз формирования резервуара с помощью вариационных методов геометрической оптики, предложены в [7, 8].

2. Постановка краевой задачи

Пусть t – время, r, φ, z – координаты цилиндрической системы, расположенной на поверхности земли так, что ось z направлена вниз и совпадает с центром вертикальной системы труб. Допустим, что $T = T(r, \varphi, z, t)$ – абсолютная температура грунта; $T_0 = 273.1^\circ$ K – абсолютная температура таяния льда.

Введем локальную безразмерную температуру грунта $\theta = \theta(r, \varphi, z, t)$, полагая, что

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_0}. \quad (1)$$

Пусть $R_\infty = R_\infty(\varphi, z, t)$ – боковая граница области размывания грунта; R_1 – радиус внешней трубы, h – высота трубы, по которой движется теплоноситель (горячая вода или пар), используемый в методе водно-теплового оттаивания.

Будем считать, что процесс размывания происходит в области переменного объема V, где

$$V = \left\{0 \le z \le h,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ R_1 \le r \le R_\infty(\varphi, z, t)\right\}. \quad (2)$$

Пренебрегая собственными размерами внешней трубы R_1, т.е. стилизуя тепловой источник отрезком прямой, бедем считать, что $V = V_0$, где

$$V_0 = \left\{0 \le z \le h,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le r \le R_\infty(\varphi, z, t)\right\}. \quad (3)$$

Для описания процесса размывания в области V_0 используем классическое уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial}{\partial t}\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu_r r \frac{\partial}{\partial r}\theta\right) + \nu_r \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial^2 \varphi}\theta + \nu_z \frac{\partial^2}{\partial^2 z}\theta. \quad (4)$$

Здесь $\nu_r = \mathrm{const}$, $\nu_z = \mathrm{const}$ – горизонтальные и вертикальные коэффициенты теплопроводности; $[\nu_r] = [\nu_z] = \text{м}^2/\text{сек}$. Оценка величины $\rho_s \nu_r \approx 7536$ Дж / м $\cdot$ ч $\cdot$ град, где $\rho_s \approx 1.8 - 2.5$ тонн/м^3 получена в лабораторных экспериментах [9].

На горизонтальных границах области V_0 в качестве краевых условий для уравнения (4) примем краевые условия Неймана:

$$\nu_z \frac{\partial}{\partial z}\theta\Big|_{z=0} = 0, \quad \nu_z \frac{\partial}{\partial z}\theta\Big|_{z=h} = 0. \tag{5}$$

На боковых границах области V_0 в качестве краевых условий для уравнения (4) примем краевые смешанные краевые условия Синьорини:

$$-\nu_r r \frac{\partial}{\partial r}\theta\Big|_{r=0} = Q_0(\varphi, z, t), \quad \theta\big|_{r=R_\infty(\varphi,z,t)} = 0. \tag{6}$$

Первое соотношения (6) соответствует условию зависимости теплового потока от координат и времени $Q_0 = Q_0(\varphi, z, t)$. Заметим, что размерность теплового потока в выражении (6) совпадает с размерностью коэффициента теплопроводности и имеет вид: $\left[Q_0\right] = [\nu_r r\partial\theta / \partial r] = [\nu_r] = \text{м}^2/\text{с}$.

Второе соотношение (6), представляющее собой краевое условие Дирихле, означает, что внешняя боковая граница слоя соответствует изотерме таяния льда.

Введем усредненные параметры:

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}(r,t) &= \frac{1}{2\pi h}\int_0^h\int_0^{2\pi} \theta(r,\varphi,z,t) r d\varphi dz \\
\bar{Q}_0(t) &= \frac{1}{2\pi h}\int_0^h\int_0^{2\pi} Q_0(\varphi,z,t) r d\varphi dz \\
\bar{R}_\infty(t) &= \frac{1}{2\pi h}\int_0^h\int_0^{2\pi} R_\infty(\varphi,z,t) r d\varphi dz
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $\bar{\theta}(r,t)$ – средняя безразмерная температура; $\bar{Q}_0(t)$ – средний поток тепла; $\bar{R}_\infty(t)$ – средний линейный размер области размывания.

Усреднение уравнений (3)–(6) с учетом обозначений (7) приводит к соотношениям:

$$\begin{cases}
\dfrac{\partial}{\partial t}\bar{\theta} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\nu_r r \dfrac{\partial}{\partial r}\bar{\theta}\right), \quad 0 \le r \le \bar{R}_\infty(t) \\
-\nu_r r \dfrac{\partial}{\partial r}\bar{\theta}\Big|_{r=0} = \bar{Q}_0(t), \quad \bar{\theta}\big|_{r=R_\infty(t)} = 0
\end{cases} \tag{8}$$

Для удобства последующего изложения будем опускать символ усреднения над переменными системы (8), тогда:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\theta = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\nu_r r \dfrac{\partial}{\partial r}\theta\right), \quad 0 \le r \le R_\infty(t) \\ -\nu_r r \dfrac{\partial}{\partial r}\theta\Big|_{r=0} = Q_0(t), \quad \theta\big|_{r=R_\infty(t)} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

Одномерную краевую задачу (9) можно построить также, опираясь на предположения об осесимметричности и вертикальной однородности. В этих предположениях краевая задача (9) аппроксимирует форму резервуара ПХГ вертикальным круговым цилиндром постоянного сечения с радиусом, зависящим от времени (см. рис. 3).

3. Автомодельное решение, соответствующее постоянному потоку тепла

В случае, когда горячая вода постоянной температуры равномерно поступает во внутреннюю трубу, величину потока тепла Q_0 можно считать не зависящей от времени, т.е. постоянной: $Q_0(t) = Q_0 = const$.

Для замыкания краевой задачи (9) необходимо задать зависимость R_∞ от времени. Очевидно, что $R_\infty = R_\infty(t, \nu_r, Q_0)$. Тогда, опираясь на теорию размерности [10–12], получим:

$$R_\infty^2(t) = 2\lambda_\infty \nu_r t, \quad R_\infty \frac{dR_\infty}{dt} = \lambda_\infty \nu_r, \quad \lambda_\infty = \lambda_\infty(Q_0 / \nu_r)\,, \tag{10}$$

где $\lambda_\infty = \lambda_\infty(Q_0 / \nu_r)$ – постоянный коэффициент, зависящий от параметров задачи.

Второе соотношение (10) показывает, что скорость оттаивания dR_∞ / dt убывает с ростом размера области R_∞. На это обстоятельство было указано в экспериментах [13].

Введем новую безразмерную переменную $\eta = r / R_\infty(t)$. Такое преобразование переводит расширяющуюся область $0 \le r \le R_\infty(t)$ в область постоянной пространственно-временной геометрии $0 \le \eta \le 1$.

Будем искать автомодельное решение задачи (9), (10) в виде

$$\theta(r,t) = \theta_*(\eta), \quad \eta = \frac{r}{R_\infty(t)}, \tag{11}$$

где η – безразмерный параметр длины; $\theta_*(\eta)$ – автомодельная функция.

Вычислим поток тепла с учетом (11), тогда

$$\nu_r r \frac{\partial}{\partial r}\theta = \nu_r \eta \frac{d}{d\eta}\theta_*\,. \tag{12}$$

Подстановка (11), (12) в краевые условия (9) приводит к выражениям:

$$-\eta\frac{\partial}{\partial\eta}\theta_*\Big|_{\eta=0} = \frac{Q_0}{\nu_r} = const, \quad \theta_*\big|_{\eta=1} = 0\,. \tag{13}$$

Следуя (11), (12), вычислим производную по времени и производную потока тепла из уравнения (9), тогда

$$\frac{\partial}{\partial t}\theta(r,t) = \frac{d}{d\eta}\theta_* \cdot \frac{d\eta}{dt} = -\frac{r}{R_\infty^2}\frac{dR_\infty}{dt}\frac{d}{d\eta}\theta_* = -\frac{1}{R_\infty}\frac{dR_\infty}{dt}\left(\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\right), \tag{14}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu_r r\frac{\partial}{\partial r}\theta\right) = \frac{\nu_r}{R_\infty^2}\frac{1}{\eta}\frac{d}{d\eta}\left(\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\right). \tag{15}$$

Подставляя (14), (15) в уравнение (9), найдем, что

$$\frac{1}{R_\infty}\frac{dR_\infty}{dt}\left(\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\right) + \frac{\nu_r}{R_\infty^2}\frac{1}{\eta}\frac{d}{d\eta}\left(\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\right) = 0 \tag{16}$$

Преобразование (16) с учетом (10) и дополнение полученного соотношения условиями (13) приводят к автомодельной задаче с краевыми условиями Синьорини:

$$\begin{cases} \lambda_\infty\left(\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\right) + \frac{1}{\eta}\frac{d}{d\eta}\left(\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\right) = 0 \\ -\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\Big|_{\eta=0} = \frac{Q_0}{\nu_r} = const, \quad \theta_*\Big|_{\eta=1} = 0 \end{cases} \tag{17}$$

Для интегрирования (17) введем новую переменную w_*, пропорциональную кондуктивному потоку тепла:

$$w_*(\eta) = -\eta\frac{d}{d\eta}\theta_*\,. \tag{18}$$

Подставляя (18) в (17), найдем, что

$$\frac{1}{\eta}\frac{d}{d\eta}w_*(\eta) + \lambda_\infty w_*(\eta) = 0, \quad w_*(0) = \frac{Q_0}{\nu_r}. \tag{19}$$

Преобразование первого уравнения (19) приводит к равенствам

$$\frac{d}{d\eta}\ln w_* = -\lambda_\infty\eta, \quad \frac{w_*(\eta)}{w_*(0)} = \exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda_\infty\eta^2\right\}. \tag{20}$$

Следовательно, решение (19) имеет вид:

$$w_*(\eta) = \frac{Q_0}{\nu_r}\exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda_\infty\eta^2\right\}. \tag{21}$$

Преобразование (21) с учетом (18) приводит к соотношению для нормированного кондуктивного потока:

$$-\frac{\nu_r}{Q_o} r \frac{d}{dr}\theta(r,t) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda_\infty \frac{r^2}{R_\infty^2(t)}\right\}. \qquad (22)$$

Профиль нормированного кондуктивного потока тепла (22) в автомодельных переменных изображен на рис. 4.

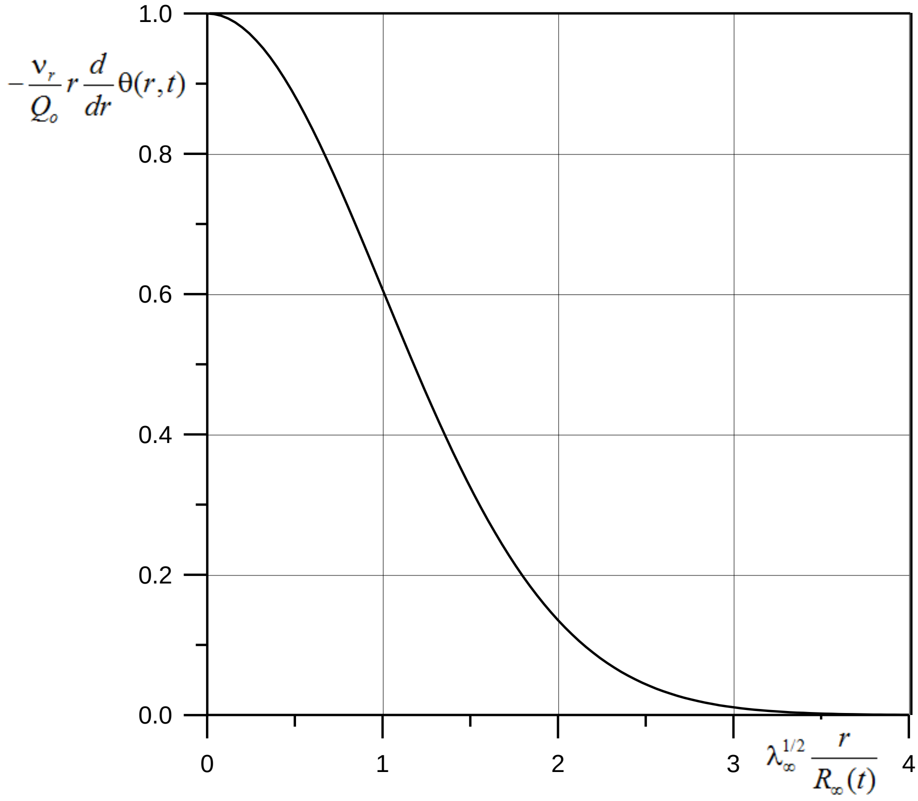

Рис. 4. Профиль кондуктивного потока тепла (22)

Для построения автомодельного профиля $\theta_*(\eta)$ проинтегрируем (18) с учетом (21) и краевого условия (17), тогда

$$\theta_*(\eta) = \frac{Q_o}{\nu_r}\int_\eta^1 \frac{1}{\eta}\exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda_\infty\eta^2\right\}d\eta = \frac{Q_o}{2\nu_r}\int_\eta^1 \frac{2}{\eta^2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda_\infty\eta^2\right\}\frac{1}{2}d\eta^2. \qquad (23)$$

Введем новую переменную $x = \eta^2/2$, где $0 \le x \le 1/2$. Преобразование интеграла (23) с использованием переменной $x = \eta^2/2$ приводит к равенству:

$$\theta_*(\eta) = \frac{Q_o}{\nu_r}\int_\eta^1 \frac{2}{\eta^2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda_\infty\eta^2\right\}\frac{1}{2}d\eta^2 = \frac{Q_o}{2\nu_r}\int_{\sqrt{2x}}^{1/2}\frac{1}{x}\exp\{-\lambda_\infty x\}dx. \qquad (24)$$

Неопределенный интеграл в правой части (24) допускает асимптотическое представление [14]

$$\int \frac{1}{\xi}\exp\{-\lambda_\infty \xi\} d\xi = \ln\xi - \frac{\lambda_\infty \xi}{1\cdot 1!} + \frac{(\lambda_\infty \xi)^2}{2\cdot 2!} - \frac{(\lambda_\infty \xi)^3}{3\cdot 3!} + .. \quad (25)$$

Подставляя (25) в (24), получим:

$$\begin{aligned} \theta(r,t) = \frac{Q_o}{2\nu_r}\{\ln\frac{1/2}{\sqrt{2x}} - \frac{\lambda_\infty}{1\cdot 1!}(1/2-\sqrt{2x}) + \\ + \frac{\lambda_\infty^2}{2\cdot 2!}(1/2-\sqrt{2x})(1/2+\sqrt{2x}) + ...\}, \quad x = \frac{1}{2}\eta^2 = \frac{1}{2}\frac{r^2}{R_\infty^2(t)} \end{aligned} \quad (26)$$

Равенство (26) представляет асимптотическое разложение автомодельного профиля безразмерной температуры водно-песчаной смеси в зоне размывания.

4. Заключение

В представленной работе предложен один из вариантов аналитической модели процесса размывания грунта с помощью метода скважинной гидротехнологии, широко используемого при построении подземных нефтегазохранилищ в мерзлых грунтах. В основу модели положено уравнение теплопроводности в области с переменной боковой границей и его автомодельное решение, соответствующее постоянному потоку тепла.

Полученные результаты позволяют оценить закон распространения фронта размывания, соответствующего изменению характерного размера газохранилища. Эта зависимость представляет интерес для интерпретации последовательности временных данных о размерах резервуара, полученных путем использования метода звукового локационного зондирования.

В штатном режиме строительства корректировка формы подземного нефтегазохранилища и проверка его герметичности на этапах размывания осуществляются с применением метод звуколокационного сканирования полости резервуара. Результаты работы могут быть эффективно использованы при построении и реализации компьютерного мониторинга, определяющего размеры и время создания емкости хранилища, как до начала, так и до завершения его строительства.

Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Энергетика, динамика и дегазация Земли, теоретические и экспериментальные основы инновационных сейсмоакустических технологий исследования геологической среды и контроля за объектами нефтегазодобычи», № АААА-А16-116021510125-7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баулин В.В., Дубиков Г.И., Аксенов В.И.* и др. Геокриологические условия Харасавэйского и Крузенштерновского газоконденсатных месторождений (полуостров Ямал). М.: ГЕОС, 2003. 180 с.

2. *Смирнов В.И.* Строительство подземных газонефтехранилищ: учеб. пособие для вузов. М.: Газоил пресс, 2000. 250 с.

3. *Аксютин О.Е., Казарян В.А., Ишков А.Г., Хлопцов В.Г., Теплов М.К., Хрулев А.С., Савич О.А., Сурин С.Д.* Строительство и эксплуатация резервуаров в многолетнемерзлых осадочных породах. М.; Ижевск: Ин-т компьют. исслед., 2013. 432 с.

4. *Алимжанов М.Т., Гордон В.И.* Об осесимметричной потере устойчивости глубокой подземной полости сферической формы // Изв. вузов. Горн. журн. 1979. № 10. С. 19–23.

5. *Воронова А.В., Скворцов А.А.* Оценка устойчивости подземных резервуаров в многолетнемерзлых породах // Горн. информ.-аналит. бюл.: науч.-техн. журн. 2018. №. 9. – Режим доступа: http://www.giab-online.ru (Дата обращения 18.10.2018).

6. *Зозуля Е.Н., Селезнёв Д.В., Божедомов В.Г., Сотников В.Н., Пятницкий Д.Ю.* Контроль объема и формы подземных резервуаров ПХГ в процессе их строительства и эксплуатации методом ультразвуковой локации // Нефть. Газ. Новации. 2011. № 8. С. 56–61.

7. *Вульфсон А.Н., Бородин О.О.* О возможности использования оптического принципа Гюйгенса для расчета формы резервуара подземного газохранилища в мерзлых грунтах [Электрон. ресурс] // Актуал. пробл. нефти и газа: науч. сет. изд. 2016. Вып.3 (15). 12 с. – Режим доступа: http://www.oilgasjournal.ru (Дата обращения 18.10.2018).

8. *Вульфсон А.Н., Бородин О.О.* Лучевой метод геометрической оптики и перемещение фронта размывания при формировании объема подземного резервуара [Электрон. ресурс] // Актуал. пробл. нефти и газа. 2018. Вып. 2(21). 9 с.– Режим доступа: http://www.oilgasjournal.ru (Дата обращения 18.10.2018).

9. *Каркашадзе Г.Г., Шергин Д.В., Луняков В.А., Банников Д.О.* Методика определения удельной теплоемкости и коэффициента температуропроводности горных пород методом импульсного нагрева в лабораторных условиях // Горн. информ.-аналит. бюл.: науч.-техн. журн. 2011. № 9. С. 137–140.

10. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. 8-е изд. М.: Наука, 1973. 440 с.

11. *Баренблатт Г.И.* Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг. М.: Интеллект, 2009. 216 с.

12. *Вульфсон А.Н.* Автомодельность и распространение верхней границы конвективных термиков в нейтрально стратифицированной атмосфере, вызванное точечными линейными и плоскими источниками тепла // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34, №4. С. 557–564.

13. *Карпухин А.Н., Савич О.И., Сурин С.Д.* Особенности процесса оттаивания многолетнемерзлых песков при скважинной гидродобыче на полуострове Ямал // Горн. информ.-аналит. бюл.: науч.-техн. журн. 2010. №4. С. 365–371.

14. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. 4-е изд. М.: Наука, 1973. 228 с.