

РАЗВИТИЕ МЕТОДИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФУНКЦИЙ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ МЕТОДОМ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ

Д.Ю. Семигласов
ИПНГ РАН, e-mail: samuell@bk.ru

Введение

В рамках классической теории двухфазной фильтрации для определения фазовой проводимости флюидов вводится понятие функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП) [1]. В соответствии с законом фильтрации фаз А. Дарси функции ОФП определяют силовые составляющие взаимодействия, особенности влияния которых выявляются, как правило, экспериментально. Построение сложных моделей двухфазной фильтрации на основе анализа течения в упрощенных структурах пористого материала позволяет в некоторой степени обобщить накопленный экспериментальный материал, что является актуальной задачей развития нефтегазовой науки.

Математическая модель. Как известно, математическая модель Стайлса описывает процесс двухфазной фильтрации жидкостей одинаковой вязкости в неоднородной пористой среде, состоящей из независимых структурных элементов, в каждом из которых реализуется «поршневой» характер вытеснения при постоянном перепаде давления. В рамках модели Стайлса фильтрационные свойства неоднородного грунта задаются через статистическую функцию плотности распределения безразмерной проницаемости $f(b)$ при $b \in [b_{\min}, 1]$, определяющую распределение объема пористой среды между независимыми структурными элементами, каждый из которых характеризуется безразмерной проницаемостью b . Преимущество использования модели Стайлса заключается в том, что обводнение независимых элементов осуществляется в известном направлении: от наиболее проницаемого элемента к наименее проницаемому. Известный характер обводнения позволяет в произвольный момент времени выделить полностью и частично обводненные доли объема экспериментального образца, для каждого из которых может быть реализована процедура осреднения характеристик потока. Так, используя принципы модели Стайлса, закон фильтрации Дарси для вытесняющей фазы на галерее L для неоднородного образца пористой среды (рис. 1, см. приложение) имеет вид:

$$w_L = \frac{1}{\mu} b_{\max} \int_{b_{\min}}^1 bf(b) db \left[\frac{\int_{b_\alpha}^1 bf(b) db}{\int_{b_{\min}}^1 bf(b) db} \right] \frac{\Delta p}{L}, \quad (1)$$

где w_L – скорость вытесняющей фазы на галерее L ; μ – вязкость фазы; b_α – безразмерная проницаемость последнего полностью обводненного элемента; b_{\max} – максимальная размерная проницаемость образца; $\Delta p/L$ – градиент давления на образце.

В равенстве (1) в квадратных скобках представлено выражение, соответствующее классическому определению функции ОФП (далее k_L^w) вытесняющей фазы в законе Дарси и выступающее в качестве коэффициента пропорциональности между усредненной скоростью фильтрации и перепадом давления на образце:

$$k_L^w(b_\alpha) = \frac{\int_{b_\alpha}^1 bf(b) db}{\int_{b_{\min}}^1 bf(b) db}. \quad (2)$$

Выражение (2) необходимо дополнить выражением для насыщенности s_L на галерее в виде:

$$s_L(b_\alpha) = \int_{b_\alpha}^1 f(b) db \quad (3)$$

Взаимосвязь выражений (2), (3) при взаимном исключении параметра b_α позволяет определить зависимость функции $k_L^w(s_L)$ не только от насыщенности на галерее s_L , но и от параметров функции $f(b)$.

Естественным обобщением модели Стайлса на случай фильтрации жидкостей различных вязкостей является модель Дикстра – Парсонса [2], в которой различие вязкостей вытесняемой и вытесняющей фаз приводит к зависимости распределения давления вдоль произвольного структурного элемента от соотношения вязкостей и относительного положения фронта вытеснения в виде:

$$p(x/L, E) = \begin{cases} p_\kappa - (p_\kappa - p_*) \frac{x/L}{c/L} & 0 \leq x/L \leq c/L \\ p_* - (p_* - p_2) \left(\frac{x/L - c/L}{1 - c/L} \right) & c/L \leq x/L \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{при } p_* = \frac{p_k(1-c/L) + p_2 E c/L}{1 + (E-1)c/L},$$

где p_k – давление на контуре; p_2 – давление на галерее; c/L – текущее положение фронта вытеснения; p_* – давление на фронте вытеснения; $E = \mu^*/\mu_*$ – отношение вязкостей вытесняющей фазы μ^* и вытесняемой μ_* .

Анализ распределения давления в независимых элементах модели Дикстра – Парсонса (4) показывает, что различие профилей давления в элементах для произвольного сечения образца должно приводить к перетокам фаз между независимыми элементами, которые моделью Дикстра – Парсонса не предусматриваются. Данное физическое противоречие не позволяет рассматривать модель Дикстра – Парсонса как основу для описания процесса вытеснения, однако позволяет качественно сформулировать зависимость потенциала перетока фаз от соотношения вязкостей (используемую в дальнейшем для обобщения модели Стайлса). Согласно модели Дикстра – Парсонса потенциал перетока фазы Δp_s в произвольном сечении s между частично и полностью обводненными произвольными структурными элементами образца имеет вид (рис. 2):

$$\Delta p_s = \left[1 - \frac{E}{1 + (E-1)c/L} \right] s \frac{\Delta p}{L} \quad (5)$$

Рассматривая особенности выражения (5), следует отметить, что перетоки вытесняющей фазы между частично и полностью обводненными элементами имеют направление, которое определяется величиной E или знаком выражения (5). В случае $E > 1$ перетоки фазы происходят из области полностью обводненных элементов в область частично обводненных элементов, что приводит к росту фазового фильтрационного сопротивления вытесняющей фазы на галерее L . При $E < 1$ перетоки фазы происходят в обратном направлении – из области частично обводненных элементов в область полностью обводненных элементов, что приводит к росту фазовой фильтрационной проводимости на галерее L . При $E = 1$ перетоки вытесняющей фазы не происходят, следовательно распределение давления во всех структурных элементах образца одинаково.

Для обобщения выражения (2) на случай фильтрации жидкостей различной вязкости необходимо учесть наличие перетоков вытесняющей фазы между полностью и частично обводненными объемами образца путем суммирования независимых перетоков

как функций текущего положения фронта вытеснения и соотношения вязкостей фаз. При этом предполагается, что вследствие перетоков вытесняющей фазы происходит равновесное выравнивание давления в структурных элементах по сечению образца, что приводит к независимости функции ОФП вытесняемой фазы от соотношения вязкостей. Обобщенная функция ОФП вытесняющей фазы $k_L^w(b_\alpha, E)$ имеет вид:

$$k_L^w(b_\alpha, E) = k_L^w(b_\alpha) \left[1 + \frac{\int_{b_{\min}}^{b_\alpha} \left(1 - \frac{E}{1 + (E-1)(b/b_\alpha)} \right) bf(b) A(b) db}{\int_{b_{\min}}^1 bf(b) db} \right], \quad (6)$$

где $A(b)$ – распределение коэффициента перетока. В выражение (6), в строгом соответствии с условием выравнивания давления в структурных элементах по сечению образца, вводится параметр b/b_α , характеризующий текущее относительное положение фронта вытеснения в элементе с безразмерной проницаемостью b .

При совместной фильтрации жидкостей различной вязкости в соответствии с обобщенной моделью Стайлса (6) перетоки вытесняющей фазы формируют дополнительное фильтрационное сопротивление, которое либо усиливает номинальное фильтрационное сопротивление, оказываемое вытесняющей фазой равной вязкости, либо ослабляет его.

Анализ обобщенной функции $k_L^w(s_L, E)$. Анализ выражения (6) показывает, что в последнем затруднен вид подынтегрального функционала, что не позволяет получить общий вид зависимости $k_L^w(s_L, E)$. Однако, используя ряд практических допущений, можно упростить дальнейший анализ выражения. Так, распределение коэффициента перетока $A(b)$ в первом приближении целесообразно заменить постоянной величиной a . Следующее допущение связано с выбором удобного типа статистической функции $f(b)$. В качестве статистической функции рекомендуется использовать степенное семейство функций, которое может рассматриваться как частный случай более общей вероятностной функции гамма-распределения, при исключении из рассмотрения некоторой доли низкопроницаемого объема по предварительно обоснованному критическому значению величины минимальной проницаемости коллекторов:

$$f(b) = \frac{(n+1)(1-b)^n}{(1-b_{\min})^{n+1}} \text{ при } b \in [b_{\min}; 1], \quad (7)$$

где n – произвольное постоянное, $n > 0$

Преимущество использования степенного семейства функций (7) заключается в возможности получения приближенных аналитических выражений функции $k_L^w(s_L, E)$. Параметр n функции $f(b)$ в подынтегральном выражении слабо влияет на вид функции $k_L^w(s_L, E)$, поэтому в (6) может быть использовано распределение (7) при $n = 0$. В таком случае функция $k_L^w(s_L, E)$ примет наиболее простой вид:

$$k_L^w(s_L, E) = k_L^w(s_L) \left(1 + \frac{a}{1-b_{\min}^2} \left[b_{\alpha}^2 - b_{\min}^2 - \frac{2Eb_{\alpha}(b_{\alpha} - b_{\min})}{E-1} + \frac{2Eb_{\alpha}^2}{(E-1)^2} \ln \left(\frac{Eb_{\alpha}}{b_{\alpha} + (E-1)b_{\min}} \right) \right] \right) \text{ при } b_{\alpha} = 1 - s_L(1 - b_{\min}), \quad (8)$$

где зависимость $k_L^w(s_L)$ имеет вид:

$$k_L^w(s_L) = \frac{s_L \left(1 + (n+1) \left[1 - (1 - b_{\min}) s_L^{\frac{1}{n+1}} \right] \right)}{1 + (n+1)b_{\min}}. \quad (9)$$

Сопоставление результатов численного интегрирования выражения (6) и расчетов по приближенной форме (8) для случаев со значительным отличием спектра неоднородности образцов (при $b_{\min} = 0,05$ и $b_{\min} = 0,5$ с одинаковым значением показателя степени $n = 2$ и коэффициента перетока $a = 0,8$) для широкого ряда соотношения вязкостей приведены на рис. 3 и 4. Удовлетворительная сходимость результатов численного интегрирования выражения (6) к результатам приближенной зависимости (8) позволяет использовать последнюю для оценки зависимости $k_L^w(s_L, E)$ в практических расчетах.

Как видно из графиков 3 и 4, наиболее сильное влияние соотношения вязкостей проявляется только при значительной неоднородности образца ($b_{\min} \ll 0,5$), поэтому в качестве примера целесообразно рассмотреть форму выражений (6) или (8) для случая предельно неоднородного образца ($b_{\min} = 0$, $n = 0$). В таком случае оба выражения сводятся к ряду:

$$k_L^w(s_L, E) = 1 + [aB(E) - 1](1 - s_L)^2 - aB(E)(1 - s_L)^4, \quad (10)$$

где зависимость $B(E)$ имеет вид:

$$B(E) = 1 + \frac{2E}{E-1} \left(\frac{\ln E}{E-1} - 1 \right) \text{ при } E \neq 1. \quad (11)$$

Анализ выражения (10) показывает, что обобщенная функция $k_L^w(s_L, E)$ на интервале $s_L \in [0; 1]$ может содержать точку перегиба при выполнении условия:

$$aB(E) \leq -0,2. \quad (12)$$

Оценивая коэффициент перетока a по данным статистики лабораторных исследований коэффициента анизотропии [3, 4], последний изменяется в пределах от 0,6 до 0,9, поэтому качественные изменения характера функций $k_L^w(s_L, E)$ модели предельно неоднородного образца начинают осуществляться в диапазоне соотношения вязкостей от 1,9 до 2,8. При $E > 2,8$ функция $k_L^w(s_L, E)$ будет содержать точку перегиба уже в независимости от величины коэффициента перетока.

Особенности интерпретации экспериментальных исследований методом нестационарного вытеснения (JBN). В рассмотренных ранее примерах функция $k_L^w(s_L, E)$ имеет выпуклую форму к оси насыщенности вытесняющей фазы s_L . Между тем, результаты лабораторных исследований в подавляющем большинстве работ [3, 4] отражают другой – вогнутый характер функции ОФП вытесняющей фазы. Указанное противоречие возникает вследствие особенностей интерпретации исследований, в процессе которых измеряемой величиной является расход фазы, а не средняя скорость фильтрации. Функция ОФП вытесняющей фазы $k_L^q(s_L, E)$, при формулировании закона Дарси для расхода фазы, по аналогии с (6) имеет вид:

$$k_L^q(b_\alpha, E) = k_L^q(b_\alpha) \left[\frac{\int_{b_{\min}}^{b_\alpha} \left(1 - \frac{E}{1 + (E-1)(b/b_\alpha)} \right) bf(b) y(b) A(b) db}{\int_{b_{\min}}^1 bf(b) y(b) db} \right], \quad (13)$$

где выражение $k_L^q(b_\alpha)$ имеет вид:

$$k_L^q(b_\alpha) = \frac{\int_1^{b_\alpha} bf(b)y(b)db}{\int_{b_{\min}}^1 bf(b)y(b)db} . \quad (14)$$

В выражениях (13), (14) функция $y(b)$ является долей площади элемента с безразмерной проницаемостью b в общем сечении образца. Для степенного семейства статистических функций (7), постоянного коэффициента перетока a , а также при условии соответствия функциональных зависимостей $y(b) = f(b)$ взамен выражения (13) можно использовать следующее упрощение:

$$k_L^q(s_L, E) = k_L^q(s_L) \left(1 + \frac{2n+1}{n+1} \cdot \frac{a}{1-b_{\min}^2} \left[b_\alpha^2 - b_{\min}^2 - \frac{2b_\alpha E(b_\alpha - b_{\min})}{E-1} + \frac{2Eb_\alpha^2}{(E-1)^2} \ln \left(\frac{Eb_\alpha}{b_\alpha + (E-1)b_{\min}} \right) \right] \right) \text{ при } b_\alpha = 1 - s_L(1 - b_{\min}), \quad (15)$$

где зависимость $k_L^q(s_L)$ имеет вид:

$$k_L^q(s_L) = \frac{s_L^{\frac{2n+1}{n+1}} \left(1 + (2n+1) \left[1 - (1 - b_{\min}) s_L^{\frac{1}{n+1}} \right] \right)}{1 + (2n+1)b_{\min}} . \quad (16)$$

Сопоставление результатов численного интегрирования выражения (13) с расчетами по приближенной формуле (15) для исходных данных рассмотренного выше примера приводится на рис. 5, 6. Как видно из графиков, вогнутая форма зависимости $k_L^q(s_L, E)$ характерна для образцов, обладающих слабой неоднородностью, для которых влияние соотношения вязкостей фаз также невелико. Напротив, для образцов, обладающих значительной неоднородностью, характер зависимости $k_L^q(s_L, E)$ качественно изменяется – зависимость приобретает точку перегиба и становится значительно более чувствительной к соотношению вязкостей фаз.

Заключение

Обобщая результаты исследований, можно сделать следующие выводы:

– при выполнении интерпретации двухфазного нестационарного вытеснения рассчитываются значения функции $k_L^q(s_L, E)$, что фактически приводит к ошибочным результатам при прогнозе технологических показателей, поскольку эта функция не

отражает закономерности изменения средней скорости вытесняющей фазы на галерее L . Указанная закономерность определяется функцией $k_L^w(s_L, E)$;

– для корректной интерпретации лабораторных исследований по результатам расчетов функции $k_L^q(s_L, E)$ необходимо провести оценку параметров статистической функции плотности распределения $f(b)$ для дальнейшего определения функции $k_L^w(s_L, E)$. Для решения указанных задач рекомендуется использовать упрощенные выражения (8), (15). Полученную зависимость $k_L^w(s_L, E)$ далее можно использовать для прогноза технологических показателей разработки нефтяных месторождений. Для увеличения точности расчетов оценку параметров статистической функции плотности распределения $f(b)$ целесообразно осуществлять по результатам дополнительного двухфазного эксперимента с условием $E=1$. В таком случае искомые зависимости $k_L^w(s_L, E)$, $k_L^q(s_L, E)$ примут еще более простой вид выражений (9), (16);

– обобщенные зависимости $k_L^w(s_L, E)$ и $k_L^q(s_L, E)$ показывают, что влияние соотношения вязкостей на функции ОФП проявляется только при наличии значительной неоднородности образца ($b_{\min} \ll 0,5$). Наиболее показательные экспериментальные исследования [5] подтверждают, как частный случай, приведенные выше рассуждения. Для насыпных моделей высокопроницаемых песков функции ОФП не зависят от соотношения вязкостей подвижных фаз ввиду отсутствия в объеме образца значительной неоднородности фильтрационных свойств ($b_{\min} \rightarrow 1$).

Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Исследование термодинамических свойств углеводородных смесей в околокритической области и моделирование гидротермодинамических, физико-химических и геомеханических процессов в геосредах с целью повышения эффективности разработки трудноизвлекаемых запасов нефти и газа», № АААА-А16-116030110081-2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра. 1993. 416 с.
2. Dake L.P. The Practice of Reservoir Engineering (Revised Edition). Elsevier. 2001. 667 с.

3. *Рассохин С.Г.* Влияние анизотропии пористой среды на процессы фильтрации углеводородов // Актуальные проблемы освоения, разработки и эксплуатации месторождений природного газа: Материалы конф., посвященной 55-летию ВНИИГАЗа. М.: ВНИИГАЗ. 2003. С. 74–83.

4. *Morgan J.T., Gordon D.T.* Influence of pore geometry on water-oil relative permeability // J. Pet. Technol. 1970. Vol. 22, No. 10. 10 p. SPE-2588-PA.

5. *Гиматудинов Ш.К.* Физика нефтяного и газового пласта: Учебник. Изд. 2, перераб. и доп. М.: Недра, 1971. 312 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

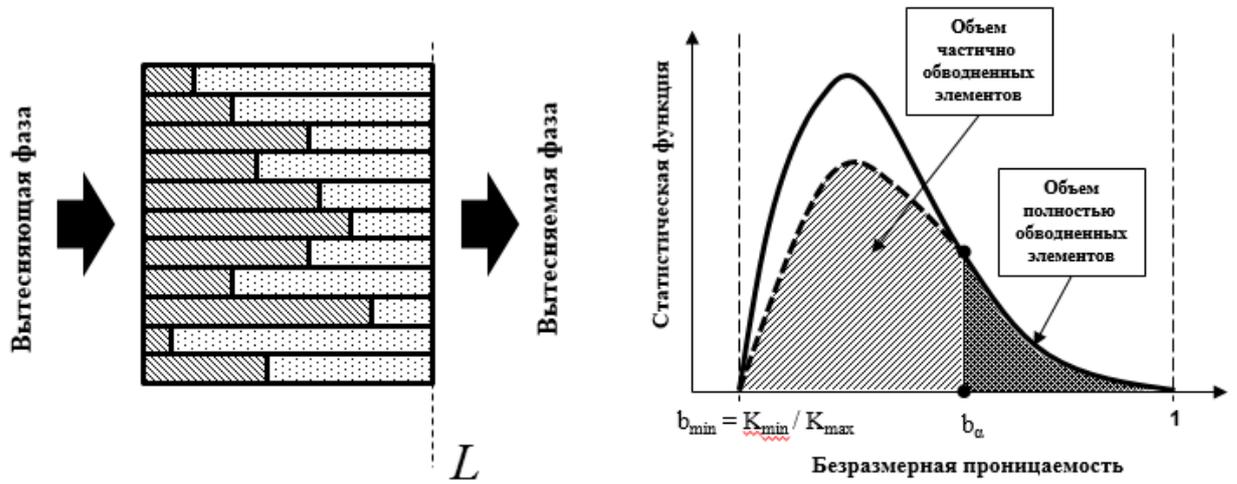


Рис. 1. Принципиальный подход описания двухфазного вытеснения модели Стайлса

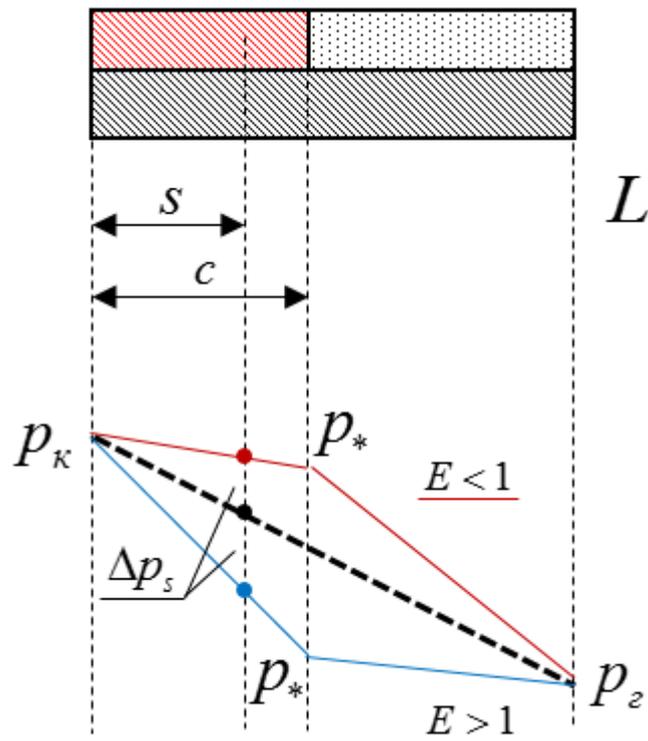


Рис. 2. Эпюры давлений в частично и полностью обводненных элементах:
 s – координата произвольного сечения образца, c – координата фронта вытеснения в частично обводненном объеме

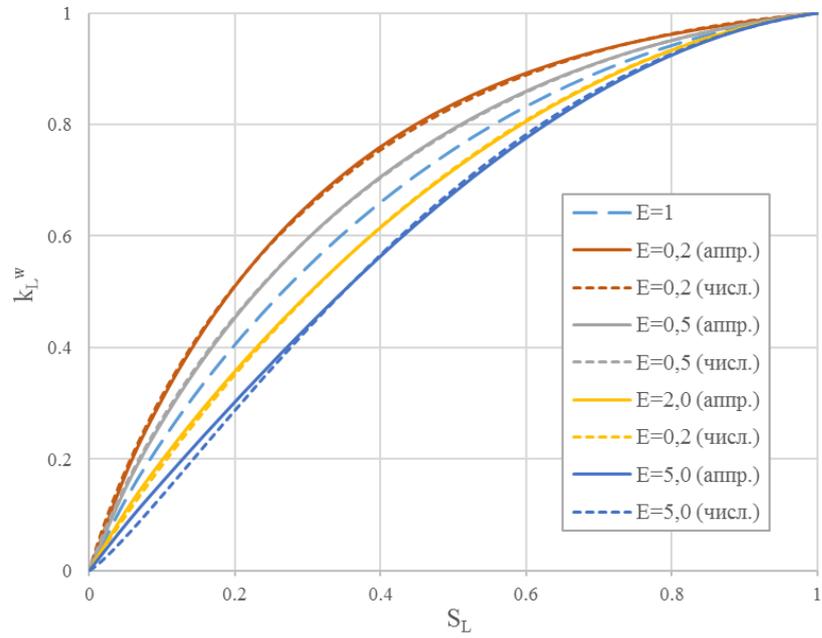


Рис. 3. Сопоставление результатов численного интегрирования и расчетов по приближенной формуле функции $k_L^w(s_L, E)$ для случаев: $b_{\min} = 0,05$; $n = 2$; $a = 0,8$; $E = 0,2$; $0,5$; $2,0$; $5,0$

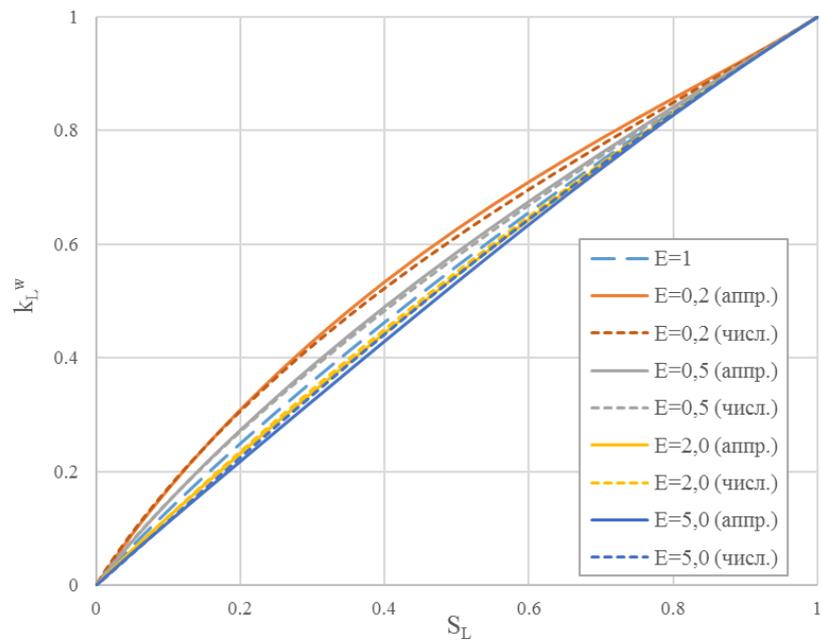


Рис. 4. Сопоставление результатов численного интегрирования и расчетов по приближенной формуле функции $k_L^w(s_L, E)$ для случаев: $b_{\min} = 0,5$; $n = 2$; $a = 0,8$; $E = 0,2$; $0,5$; $2,0$; $5,0$

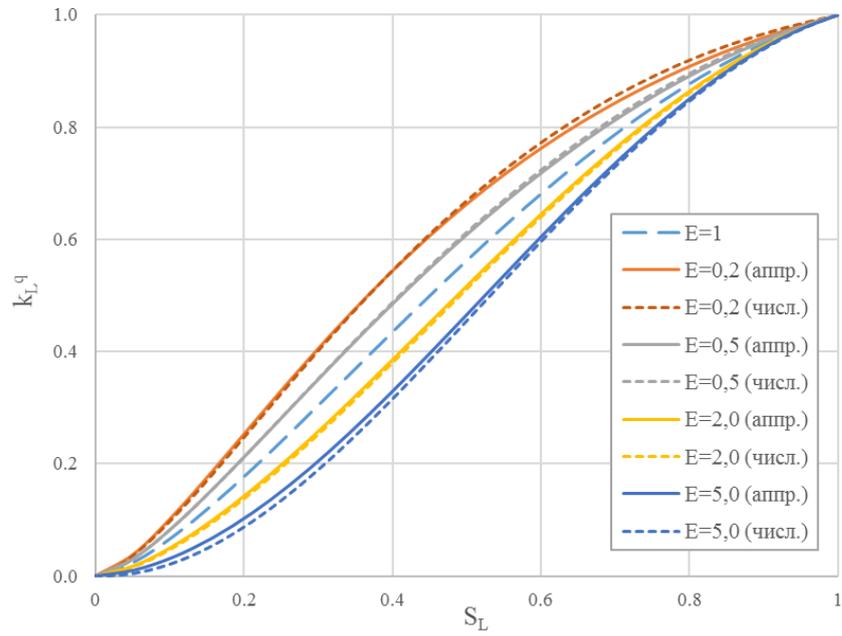


Рис. 5. Сопоставление результатов численного интегрирования и расчетов по приближенной формуле функции $k_L^q(s_L, E)$ для случаев: $b_{\min} = 0,05$; $n = 2$; $a = 0,8$; $E = 0,2; 0,5; 2,0; 5,0$

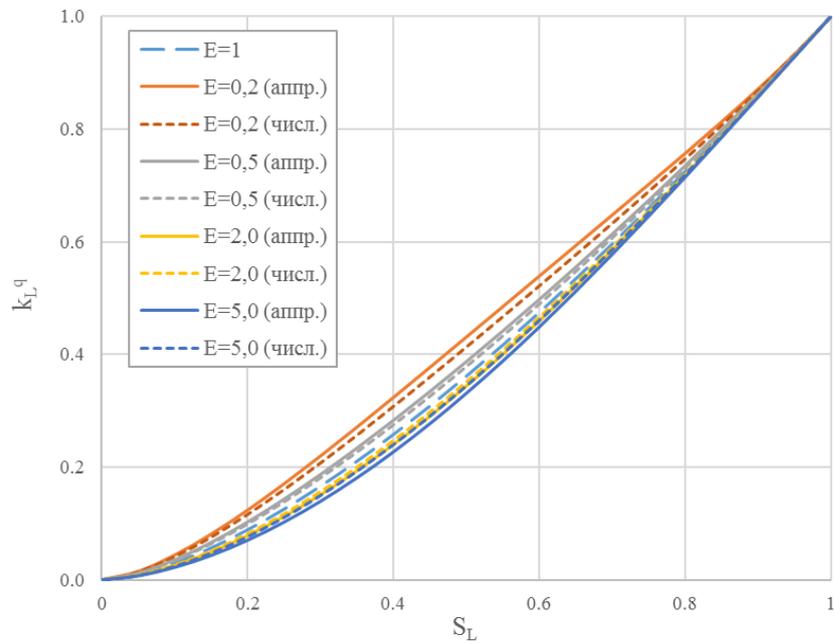


Рис. 6. Сопоставление результатов численного интегрирования и расчетов по приближенной формуле функции $k_L^q(s_L, E)$ для случаев: $b_{\min} = 0,5$; $n = 2$; $a = 0,8$; $E = 0,2; 0,5; 2,0; 5,0$