ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОВОДИМОСТИ СКВАЖИННОГО СОЕДИНЕНИЯ НАКЛОННОЙ ИЛИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ

Э.С. Закиров, С.Н. Закиров, И.М. Индрупский, Д.П. Аникеев
ИПНГ РАН, e-mail: ezakirov@ogri.ru

В данной статье, являющейся продолжением статей авторов «О представлении скважины в 3D гидродинамической модели» и «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения. Метод Писмена» в данном выпуске, рассматриваются методы вычисления проводимости скважинного соединения наклонной или горизонтальной скважины.

Методы проекции

Данные методы представлены двумя публикациями: [1] и [2]. Первый метод в литературе условно называют методом Alvestad по имени первого автора. Второй реализован в программном модуле Schedule пакета прикладных программ фирмы Schlumberger. Сразу отметим, что оба рассматриваемых метода – и Alvestad, и Schedule – не имеют строгого математического обоснования, а являются лишь робастными методами взвешивания известных решений. Они базируются на решении Писмена, поэтому их применение ограничено теми же самыми условиями, что и сам метод Писмена. Кроме того, методы применимы к наклонным скважинам, то есть к скважинам, не вытянутым вдоль координатных осей.

Данные методы дают несколько различающиеся результаты. Ниже сравниваются результаты, полученные рассматриваемыми методами, с точным аналитико-численным решением работы [3].

Допустим, скважина ориентирована вдоль одномерного направления, характеризующегося вектором $\vec{\psi} = \left(\psi_x, \psi_y, \psi_z\right)^T$. Методы Alvestad [1] и Schedule [2] используют специальное взвешивание двумерных решений Писмена вдоль каждого направления координатных осей. Оригинальный скважинный индекс Писмена формулируется для соединения с вертикальной скважиной вдоль направления оси z перпендикулярно плоскости xy:

$$WI_i = \frac{2\pi k h_i}{\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right)}, \tag{1}$$

где $k = \sqrt{k_x k_y}$

и

$$r_0 = G \frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\Delta x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\Delta y^2}}{\frac{1}{2}\left(\sqrt[4]{\frac{k_y}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_y}}\right)} \tag{2}$$

с $G = 0.14036487\ \ldots$, а $\Delta x, \Delta y$ – длины сеточных блоков. В методе Alvestad величины k и r_0 заменяются следующими направленными взвешенными выражениями:

$$k = \left(\psi_x^2 k_y k_z + \psi_y^2 k_x k_z + \psi_z^2 k_x k_y\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

и

$$r_0 = G \frac{\sqrt{\Delta L_1^2 + \Delta L_2^2}}{\frac{1}{2}\left(A_1^{\frac{1}{2}} + A_2^{\frac{1}{2}}\right)}, \tag{4}$$

где

$$\Delta L_1^2 = \sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\Delta z^2 \psi_x^2 + \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\Delta x^2 \psi_y^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\Delta y^2 \psi_z^2, \tag{5}$$

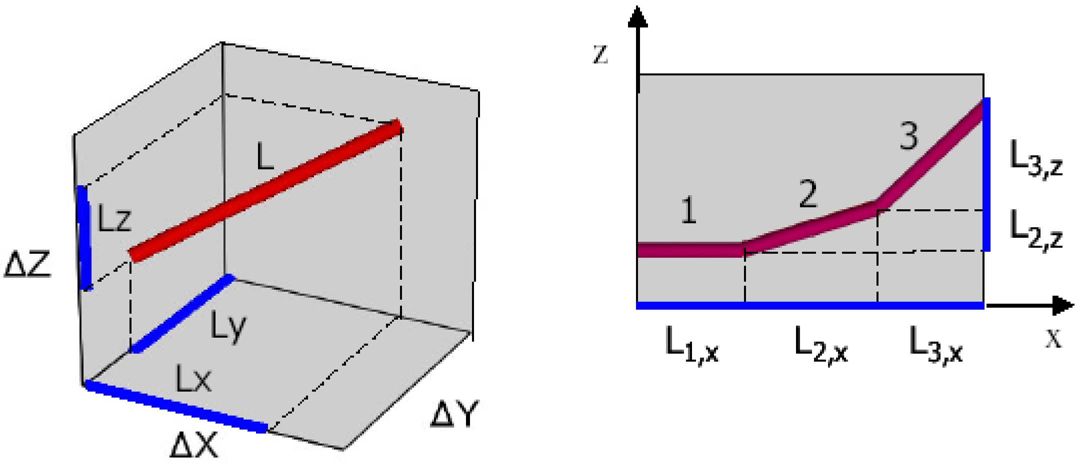
$$\Delta L_2^2 = \sqrt{\frac{k_z}{k_y}}\Delta y^2 \psi_x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}\Delta z^2 \psi_y^2 + \sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\Delta x^2 \psi_z^2, \tag{6}$$

$$A_1 = \sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\psi_x^2 + \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\psi_y^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\psi_z^2, \tag{7}$$

$$A_2 = \sqrt{\frac{k_z}{k_y}}\psi_x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}\psi_y^2 + \sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\psi_z^2. \tag{8}$$

Очевидно, что формулы Alvestad'а сводятся в точности к правильной формуле Писмена в случае, если вектор направления ψ направлен вдоль одной из координатных осей.

Метод проекции в модуле Schedule разработан сотрудником фирмы Schlumberger J.A. Holmes [2]. В рассматриваемом методе траектория скважины проецируется на три ортогональные координатные оси (рис. 1).



а) б)

Рис. 1. Проекция траектории скважины на координатные оси (а);
проекция сегментов скважины на оси (б)

Используя длины трех проекций и уравнение Писмена для WI и r_0 (см. формулы (5)–(6) статьи данного выпуска*), парциальные индексы продуктивности, обозначаемые WI_x, WI_y, WI_z соответственно, т.е. $WI_x = WI\left(\vec{\psi} = [1,0,0]^T\right)$, $WI_y = WI\left(\vec{\psi} = [0,1,0]^T\right)$, $WI_z = WI\left(\vec{\psi} = [0,0,1]^T\right)$, вычисляются вдоль трех координатных осей:

$$WI_x = \left.\frac{2\pi\sqrt{k_y k_z}\,Lx}{\ln\left(\frac{r_{0,x}}{r_w}\right) + S}\right|_i, \quad WI_y = \left.\frac{2\pi\sqrt{k_x k_z}\,Ly}{\ln\left(\frac{r_{0,y}}{r_w}\right) + S}\right|_i, \quad WI_z = \left.\frac{2\pi\sqrt{k_x k_y}\,Lz}{\ln\left(\frac{r_{0,z}}{r_w}\right) + S}\right|_i, \tag{9}$$

$$r_{0,x} = 0.28\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_y}{k_z}}\Delta z^2 + \sqrt{\frac{k_z}{k_y}}\Delta y^2}}{\sqrt[4]{\frac{k_y}{k_z}} + \sqrt[4]{\frac{k_z}{k_y}}}, \quad r_{0,y} = 0.28\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\Delta x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}\Delta z^2}}{\sqrt[4]{\frac{k_z}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_z}}}, \tag{10}$$

$$r_{0,z} = 0.28\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\Delta x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\Delta y^2}}{\sqrt[4]{\frac{k_y}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_y}}}.$$

Результирующий индекс продуктивности скважины WI определяется как

* См. статью *Закиров Э.С., Закиров С.Н., Индрупский И.М., Аникеев Д.П.* «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения. Метод Писмена» в данном выпуске.

квадратный корень суммы квадратов парциальных индексов продуктивности:

$$WI^{p} = \sqrt{WI_x^2 + WI_y^2 + WI_z^2}\,. \tag{11}$$

В случае разделенной на части скважины (см. рис. 1, б) в пределах одного сеточного блока может находиться несколько сегментов скважины. Тогда спроектированная длина для вычисления индекса продуктивности скважины представляет собой сумму проекций всех сегментов в данном направлении:

$$L_{направления\,k} = \sum_{сегмент\,j} L_{j,k}\,. \tag{12}$$

Перейдем к анализу точности рассматриваемых методов. В статье [3] рассматриваются *синтетические примеры*, сравнивающие оба метода взвешивания с авторским аналитико-численным методом. Ради обособления эффектов направления скважины относительно сетки рассматривался простейший случай кубической сетки с изотропной средой. В этом случае оба метода проекции дают одинаковые результаты. В любом другом случае эти методы дали бы разные результаты.

В первом примере горизонтальная скважина с азимутальным углом $\pi/4$ (рис. 2) пересекает левую боковую поверхность ячейки в ее центре (рис. 3). По мере увеличения дроби $r_w/\Delta x$ определялась разница между сопоставляемыми методами и аналитико-численным методом работы [3]. Оказалось, что, чем больше дробь, тем больше разница. Она составила от 9 до 100%. Иными словами, чем сетка мельче, тем ошибка становится больше.

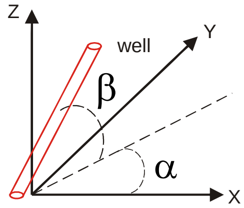


Рис. 2. Скважина в координатах xyz с азимутальным углом α и углом возвышения β

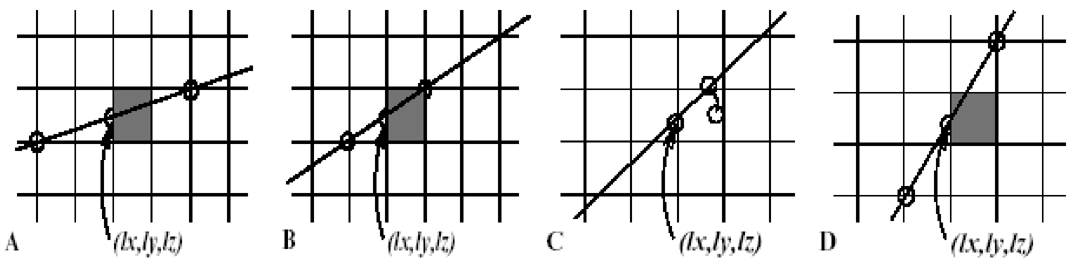


Рис. 3. Иллюстрация азимутального угла α и изменения соседней вскрытой сеточной ячейки:
$\alpha|_A = \arctan(0.5/2.0)$, $\alpha|_B = \arctan(0.5/1.0)$, $\alpha|_C = \arcsin(0.5/(0.5\tan\beta))$ и $\alpha|_D = \arctan(1.5/1.0)$

В последующих примерах измерялась разница проводимостей скважин в функции перфорированной длины в ячейках (рис. 4). Отношение $r_w/\Delta x$=0.002 сохранялось постоянным, а скважина была приблизительно горизонтальной с углом поднятия $\pi/40$ и азимутальным углом $\pi/4$. Разница между решениями составляла от 3 до 26%. Чем меньше перфорированная длина скважины в ячейке, тем ошибка больше.

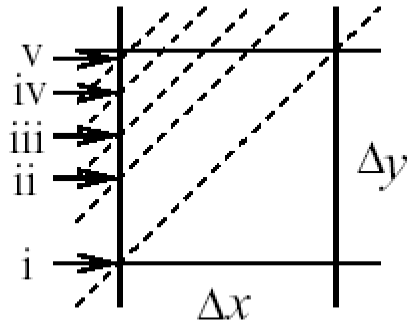


Рис. 4. Геометрия скважины в рассматриваемых случаях. Скважины, обозначенные пунктирными линиями, входят через левую сторону ячейки в точках 0, 2/5, 3/5, 4/5 и 49/50 Δy

Наконец, варьировали рассмотренным в [3] коэффициентом анизотропии, чтобы проиллюстрировать различие между методом работы [3] и методами проекции. Ошибка составляла от 7 до 36%. Чем больше контраст проницаемостей по осям, тем ошибка больше. В среднем метод Schedule показал себя несколько хуже, чем метод Alvestad.

Из представленных результатов следует, что ошибка методов проекции составляет от 10 до 30% для ортогональной сетки и изотропной среды в случае, когда наклонная скважина вскрывает соседние сеточные блоки, не включенные в семиточечный разностный шаблон. Увеличение анизотропии и отношения длин сторон сеточных блоков также способствуют увеличению ошибки.

Случай реального месторождения в Северном море. Для конкретной модели реального месторождения индексы продуктивности скважин по методам, описанным в [1] и [3], различались на 0–15%. Но для отдельных сеточных блоков различия доходили до 100%. Однако наибольшие ошибки имеют место для ячеек с малой продуктивностью, которые сильно не влияют на продуктивность всей скважины, хотя и меняют профиль притока к скважине.

Представленные результаты говорят о приближенном характере методов проекции. Исходя из этого следует использовать более точные методы. Один из наиболее продвинутых методов вычисления коэффициента проводимости скважинных соединений рассматривается в статье данного выпуска*, посвященной методу Стэнфордского университета.

Проводимость наклонной скважины

Различные авторы [4, 5, 6 и многие другие] трудились над вычислением коэффициентов проводимости скважинных ячеек наклонных, т.е. не параллельных координатным осям, скважин (рис. 5).

В работе [5] был предложен простой метод, расширяющий метод Писмена на случай наклонной скважины в анизотропном пласте (рис. 6). Для получения данной формулы Mochizuki использовал преобразование координат, когда однородно-анизотропная среда преобразуется в однородно-изотропную среду. При этом эффективный радиус сеточного блока со скважиной, радиус скважины и эквивалентная длина скважины интерполируются в функции от углов (рис. 6).

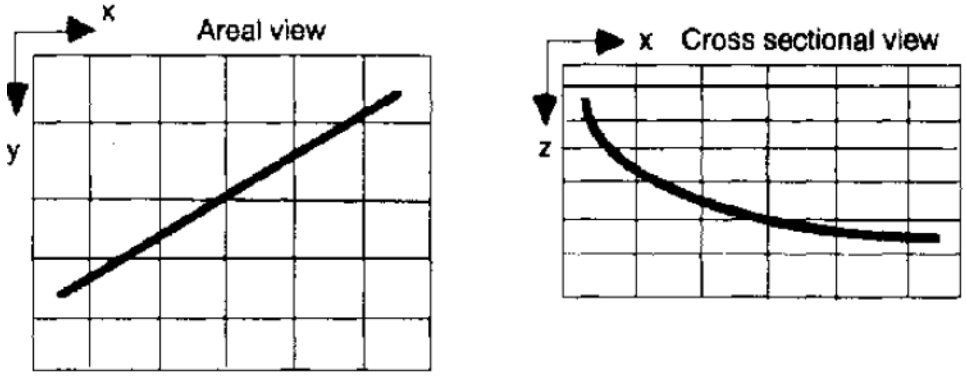


Рис. 5. Наклонная скважина в сеточной области

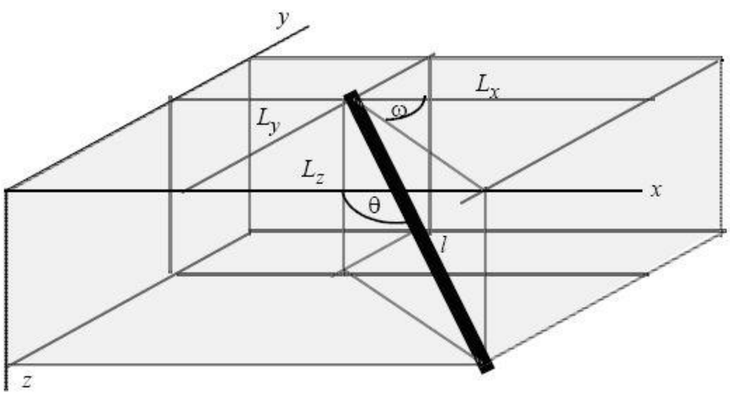


Рис. 6. Геометрическая характеристика траектории наклонной скважины

В результате получены следующие формулы.

* См. статью *Закиров Э.С., Закиров С.Н., Индрупский И.М., Аникеев Д.П.* «Вычисление коэффициента проводимости скважинных соединений – полуаналитический метод Стэнфордского университета» в данном выпуске.

Формула притока к наклонной скважине:

$$q = WI'(\theta,\vartheta)\frac{k'L'(\theta,\vartheta)}{B\mu}\left(p_0 - p_w\right), \tag{13}$$

где

$$WI'(\theta,\vartheta) = \frac{2\pi}{\ln\left(\dfrac{r_b'(\theta,\vartheta)}{r_w'(\theta,\vartheta)}\right)}, \tag{14}$$

$$k' = \sqrt[3]{k_x k_y k_z}\,.$$

Соответствующие расстояния и длины вычисляются в трансформированной системе координат:

$$L_x' = L\sin\theta\cos\vartheta\sqrt{\frac{k'}{k_x}}, \tag{15}$$

$$L_y' = L\sin\theta\sin\vartheta\sqrt{\frac{k'}{k_y}},$$

$$L_z' = L\cos\theta\sqrt{\frac{k'}{k_z}},$$

$$L'(\theta,\vartheta) = \sqrt{\frac{k'}{k_x}(\sin\theta\cos\vartheta)^2 + \frac{k'}{k_y}(\sin\theta\sin\vartheta)^2 + \frac{k'}{k_z}(\cos\theta)^2},$$

$$r_w'(x) = \frac{r_w}{2}\left(\sqrt{\frac{k'}{k_y}} + \sqrt{\frac{k'}{k_z}}\right),$$

$$r_w'(y) = \frac{r_w}{2}\left(\sqrt{\frac{k'}{k_z}} + \sqrt{\frac{k'}{k_x}}\right),$$

$$r_w'(z) = \frac{r_w}{2}\left(\sqrt{\frac{k'}{k_x}} + \sqrt{\frac{k'}{k_y}}\right),$$

$$r'(\theta,\vartheta) = \sqrt{r_w'^2(x)(\sin\theta\cos\vartheta)^2 + r_w'^2(y)(\sin\theta\sin\vartheta)^2 + r_w'^2(z)(\cos\theta)^2},$$

$$r_b'(x) = 0.14\left(\sqrt{\frac{k'}{k_y}\Delta y^2 + \frac{k'}{k_z}\Delta z^2}\right),$$

$$r_b'(y) = 0.14\left(\sqrt{\frac{k'}{k_z}\Delta z^2 + \frac{k'}{k_x}\Delta x^2}\right),$$

$$r_b'(z) = 0.14\left(\sqrt{\frac{k'}{k_x}\Delta x^2 + \frac{k'}{k_y}\Delta y^2}\right),$$

$$r_b'(\theta,\vartheta) = \sqrt{r_b'^2(x)(\sin\theta\cos\vartheta)^2 + r_b'^2(y)(\sin\theta\sin\vartheta)^2 + r_b'^2(z)(\cos\theta)^2}\ .$$

Если скважина параллельна одной из координатных осей, то данный метод дает одинаковые значения по сравнению с методом Писмена. Следует также отметить, что, хотя метод Mochizuki может давать хорошие результаты для наклонных скважин, он все еще базируется на формуле Писмена. Следовательно, ему присущи ограничения подхода Писмена.

В заключение следует напомнить, что использованные для вычисления эквивалентных радиусов r_w' и r_b' формулы не являются точными. Mochizuki просто по аналогии использовал формулу корректной трансформированной длины скважины $L'(\theta,\vartheta)$ для получения значений r_w' и r_b'. Отметим, что точное значение r_w' было получено в работе [7].

Модель Morita [6]. В обоснование своего метода Писмен [8] успешно использовал аналитическое решение Маскета [9] для элемента пятиточечника. Вместо данного аналитического решения можно использовать и другие аналитические решения. В [6] получено достаточно точное аналитическое решение стационарного однофазного уравнения для давления в условиях искривленной бесконечно проводящей скважины. Это решение учитывает окружающие непроницаемые границы, например, покрышки. Однако внешние границы предполагаются бесконечно удаленными.

Используя данное решение, авторы [6] показали ограничения применимости формулы Писмена для следующих случаев: а) несовершенной по степени вскрытия пласта скважины, б) скважины, вскрывающей менее двух-трех локальных измельчений вдоль своего ствола, в) неоднородной сетки в направлении радиального притока к скважине и г) неоднородной сетки. Отмечается, что ошибки каждого из проблемных случаев могут суммироваться, если условия применимости формулы Писмена нарушаются.

В модели Economides и др. [10, 11] предлагается аппроксимировать поведение наклонной скважины моделью вертикальной скважины с дополнительным скин-эффектом, зависящим от толщины пласта, коэффициента анизотропии в виде отношения горизонтальной проницаемости к вертикальной k_h/k_v, а также от угла отклонения скважины от вертикали. Например, вместо модели горизонтальной скважины с соизмеримой длиной скважины. Так, для скважины длиной h и радиусом r_w вводят параметр $h_D = h/r_w$. Тогда для скин-фактора, связанного с отклонением траектории скважины от вертикали на угол θ, получены следующие корреляции:

$$S_\theta = -1.64 \frac{\sin \theta^{1.77} h_D^{0.184}}{\left(\frac{k_h}{k_v}\right)^{0.821}} \quad \text{при} \quad \frac{k_h}{k_v} < 1,$$

$$S_\theta = -2.48 \frac{\sin \theta^{5.87} h_D^{0.152}}{\left(\frac{k_h}{k_v}\right)^{0.964}} \quad \text{при} \quad \frac{k_h}{k_v} \geq 1.$$

В работах [7, 12] получены другие корреляции для рассматриваемого скин-фактора. В [12] скин-фактор представлен в функции угла наклона и безразмерной толщины:

$$S_\theta = -\left(\frac{\theta'}{41}\right)^{2.06} - \left(\frac{\theta'}{56}\right)^{1.865} \log\left(\frac{h_D}{100}\right),$$

где $\theta' = \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \tan\theta\right)$, $0^\circ \leq \theta' \leq 75^\circ$ и $h_D = \frac{h}{r_w}\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$.

А геометрический скин-фактор для наклонных скважин в работе [7] определен следующим образом:

$$S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w}{L\alpha\gamma}\right) + \frac{h}{\gamma L} \ln\left(\frac{\sqrt{Lh}}{4r_w} \frac{2\alpha\sqrt{\gamma}}{1+\frac{1}{\gamma}}\right),$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$ и $\gamma = \sqrt{\cos^2\theta + \frac{1}{\alpha^2}\sin^2\theta}$.

Проводимость горизонтальной скважины в модели Бабу, Одэ [13]

Приток к горизонтальной скважине существенно трехмерен. Его достоверное описание требует специальных методов.

В работе [13] был рассмотрен достаточно общий случай. Горизонтальная скважина радиусом r_w и длиной L располагалась в пласте прямоугольной формы параллельно оси y (рис. 7). Размеры пласта составляли $a \times b \times h$. При решении профильной задачи принималось, что скважина расположена в точке (x_w, z_w) сеточного блока (i_w, j_w) (рис. 8) с координатами $x_w = \Delta x\left(i + \frac{1}{2}\right)$, $z_w = \Delta z\left(j + \frac{1}{2}\right)$. Предполагалось, что скважина эксплуатируется с постоянным дебитом q при условии однофазного течения и однородного притока. Проницаемости вдоль координатных осей x, y, z принимались постоянными и равными k_x, k_y, k_z соответственно. Пористость m считалась постоянной, а добываемый флюид – слабосжимаемым. Для этого случая авторы [13] нашли аналитическое решение разностной задачи и аппроксимирующее его соотношение для стационарного течения при условиях непротекания. Метод решения состоял в использовании метода разделения переменных и решении одномерной нестационарной задачи теплопроводности в виде бесконечного ряда. Устремляя время к бесконечности, получили псевдостационарное решение.

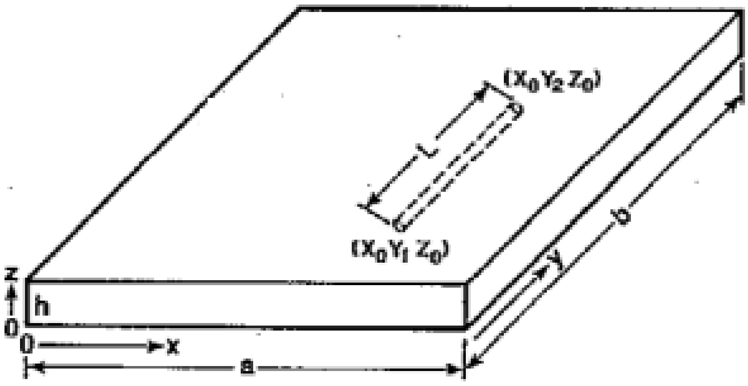


Рис. 7. Физическая постановка задачи

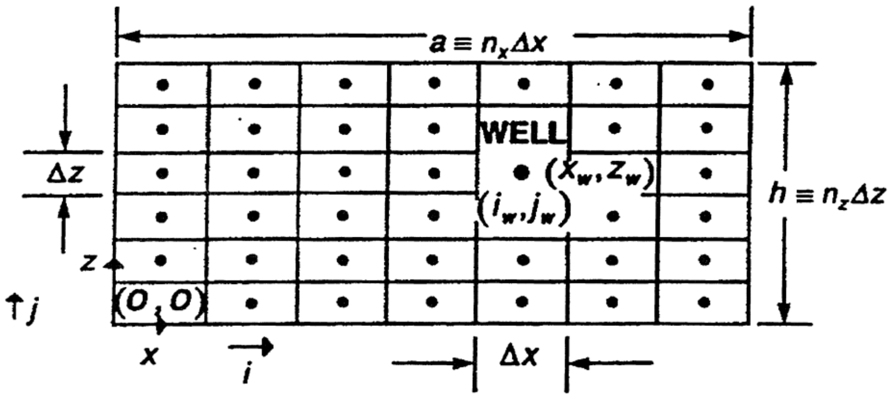


Рис. 8. Конечно-разностная сетка размером $M \times N$. Скважина расположена в точке с координатами $x_w = \Delta x(i_w + 1/2)$ и $z_w = \Delta z(j_w + 1/2)$. Длина зоны дренирования в направлении оси x равна $a = M\Delta x$. Длина области дренирования в направлении оси z равна $h = N\Delta z$ (из работы [13])

Авторы [13] выразили решение в терминах разницы между средним пластовым давлением $\overline{p}$ и двумя давлениями – давлением во вскрытой скважиной сеточной ячейке

p_0 и забойным давлением p_w. Точное решение для первой разницы давлений имеет вид:

$$\bar{p} - p_0 = \frac{q\mu}{2\pi L\sqrt{k_x k_z}}\left[\frac{2\pi a}{h}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\left(\frac{1}{3} - \frac{x_w}{a} + \frac{x_w^2}{a^2} - \frac{1}{12N^2}\right) + S\right], \tag{16}$$

где

$$S = \frac{\pi}{N}\sum_{n=1}^{M-1}\left[\frac{\cos^2\left(\dfrac{\pi n\lambda}{2N}\right)}{\sin^2\left(\dfrac{\pi n}{2N}\right)\left(1+\alpha_n^{*2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]\left[\frac{\left(1+x_n^{-\nu}\right)\left(1+x_n^{\nu-2N}\right)}{1-x_n^{-2N}}\right],$$

$$\alpha^* = \left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)\left(\frac{k_z}{k_x}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\alpha_n^* = \alpha^*\sin\left(\frac{\pi n}{2M}\right),$$

$$x_n = \left(\alpha_n^* + \sqrt{1+\alpha_n^{*2}}\right)^2, \tag{17}$$

$$\nu = 2i_w - 1 = \frac{2x_w}{\Delta x},$$

$$\lambda = 2j_w - 1 = \frac{2z_w}{\Delta z}.$$

В работе [14] данное решение сверялось с численными решениями конечно-разностных уравнений и было признано точным.

Для второй разницы давлений - $\bar{p} - p_w$ была получена хорошая аппроксимация:

$$\bar{p} - p_w = \frac{q\mu}{2\pi L\sqrt{k_x k_z}}\left[\ln\frac{h}{r_w} + \frac{2\pi a}{h}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\left(\frac{1}{3} - \frac{x_w}{a} + \frac{x_w^2}{a^2}\right) + \frac{1}{3}\ln\frac{k_x}{k_z} - \ln\left(2\pi\sin\frac{\pi z_w}{h}\right) - B_E\right], \tag{18}$$

где

$$B_e = \ln\left(1-E_1\right) + \frac{1}{2}\ln\left[1 - 2E_1\cos\left(\frac{2\pi z_w}{h}\right) + E_1^2\right], \tag{19}$$

$$E_1 = \exp\left[-\frac{2\pi}{h}\left(\frac{k_z}{k_x}\right)^{\frac{1}{2}}\min\left(x_w, a - x_w\right)\right].$$

Необходимое условие сохранения точности решения (18) было получено в работе [14] в виде:

$$\frac{a}{h}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \ge \frac{3}{4}. \tag{20}$$

Если условие (20) не выполняется, то в [14] предлагается поменять местами координатные оси x и z.

В работе [13] решения (16), (18) были объединены для получения эквивалентного радиуса блока:

$$p_o - p_w = \frac{q^w \mu}{2\pi b\sqrt{k_x k_y}} \ln\left(\frac{r_o}{r_w}\right). \tag{21}$$

Финальное выражение [13] для r_0 во введенных выше обозначениях имеет вид:

$$\ln\left(\frac{r_0^*}{h}\right) = \left[\frac{\pi a}{6hM^2}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} + \frac{1}{4}\ln\frac{k_x}{k_z} - \ln\left(2\pi \sin\frac{\pi z_w}{h}\right)\right] - 1.84 - B_e - S. \tag{22}$$

Заметим, что уравнение (22) справедливо, если удовлетворено условие (20).

Как показано в работах [15, 16, 17], значения r_0 и r_0^* связаны соотношением:

$$r_0 = \frac{r_0^*}{0.5\left[\sqrt[4]{\frac{k_z}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_z}}\right]}. \tag{23}$$

Использование приведенной выше поправки в виде формулы (23) оспаривалось в ответах [1] авторов работы [13].

Из вышеизложенного следует, что алгоритм вычисления r_0 становится значительно сложнее по сравнению с алгоритмом для вертикальной скважины. Хотя формулировка Писмена и остается адекватной, для учета работы горизонтальной скважины требуются некоторые модификации. Указанный алгоритм может использоваться для скважин, произвольным образом расположенных в прямоугольных областях пласта. Однако сетка должна быть однородной, поскольку аналитическое решение для конечно-разностных уравнений справедливо только для такой сетки.

В [18] представлена следующая аппроксимация приведенного выше решения для скважин, расположенных строго по центру области фильтрации:

$$r_0^* = 0.14\sqrt[4]{k_x k_z}\left[\frac{\Delta x^2}{k_x} + \frac{\Delta z^2}{k_z}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1+\exp\left(2.215 - \frac{3.88MN}{\alpha^*}\right)}{1+0.533\frac{\alpha^*}{M}}\right]. \tag{24}$$

К сожалению, для горизонтальной скважины, направленной вдоль оси y, без критического анализа применяется аналог формул (5)–(6) (см. статью данного выпуска*):

$$T_w = \frac{2\pi\sqrt{k_x k_z}\,\Delta y}{\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right) + S}, \tag{25}$$

где r_0 теперь вычисляется по формуле

$$r_0 = 0.28\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\Delta x^2 + \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}\Delta z^2}}{\sqrt[4]{\frac{k_z}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_z}}}. \tag{26}$$

и в которых просто произведена замена входящих коэффициентов на соответствующие новому расположению скважины. Данная опция реализуется по умолчанию в существующих коммерческих симуляторах.

Именно поэтому переход на аналитико-численные способы вычисления проводимостей сеточных ячеек, вскрытых скважиной, становится все более актуальным. Один из возможных вариантов решения данной задачи представлен в обзорной статье данного выпуска**.

Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Научное обоснование новых экологически чистых технологий разработки месторождений углеводородов в сложных горно-геологических условиях на основе 3D-компьютерных экспериментов», № АААА-А16-116022510270-1).

---

* См. статью *Закиров Э.С., Закиров С.Н., Индрупский И.М., Аникеев Д.П.* «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения. Метод Писмена» в данном выпуске.

** См. статью *Закиров Э.С., Закиров С.Н., Индрупский И.М., Аникеев Д.П.* «Вычисление коэффициента проводимости скважинных соединений – полуаналитический метод Стэнфордского университета» в данном выпуске.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Alvestad J., Holing K., Christoffersen K., Stave O.* Interactive modeling of multiphase inflow performance of horizontal and highly deviated wells // Paper SPE 27577 prepared for presentation at the European Petroleum Computer Conference. Aberdeen, UK, 15–17 March 1994. 16 p.

2. Schedule User Guide, Schlumberger, GeoQuest. 2008.

3. *Klausen R.A., Aavatsmark I.* Connection transmissibility factors in reservoir simulation for slanted wells in 3D grids // Paper prepared for presentation at the 7th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. Baveno, Italy, 5–8 September 2000. 10 p.

4. *Lee S.H., Milliken W.J.* The productivity index of an inclined well in finite-difference reservoir simulation // Paper SPE 25247 prepared for presentation at the SPE Symposium on Reservoir Simulation. New Orleans, Louisiana, 28 February–3 March 1993. 11 p.

5. *Mochizuki S.* Well productivity for arbitrarily inclined well // Paper SPE 29133 prepared for presentation at the SPE Reservoir Simulation Symposium. San Antonio, Texas, 12–13 February 1995. 9 p.

6. *Morita N., Singh S.P., Chen H.S., Whitfill D.L.* Three-dimensional well model pre-processors for reservoir simulation with horizontal and curved inclined wells // Paper SPE 20718 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. New Orleans, Louisiana, 23–26 September 1990. 16 p.

7. *Besson J.* Performance of slanted and horizontal wells on an anisotropic medium // Paper SPE 20965 prepared for presentation at the European Petroleum Conference. The Hague, The Netherlands, 22–24 October 1990. 14 p.

8. *Peaceman D.W.* Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation // SPEJ. 1978. June. P. 183–194.

9. *Muskat M.* The flow of homogeneous fluids through porous media. New York; London: McGraw Hill book company, 1937. 782 p.

10. *Economides M.J., Brand C.W., Frick T.P.* Well configurations in anisotropic reservoirs // SPEFE. 1996. December. P. 257–262.

11. *Rogers E.J., Economides M.J.* The skin due to slant or deviated wells in permeability-anisotropic reservoirs // Paper SPE 37068 prepared for presentation at the SPE International Conference on Horizontal Well Technology. Calgary, Alberta, Canada, 18–20 November 1996. 5 p.

12. *Cinco-Ley H., Miller F.G., Ramey H.J.* Unsteady-state pressure distribution created by a directionally drilled well // JPT. 1975. November. P. 1392–1402.

13. *Babu D.K., Odeh A.S.* Productivity of a horizontal well // SPERE. 1989. November. P. 417–421. Paper SPE 18298.

14. *Peaceman D.W.* Representation of a horizontal well in numerical reservoir simulation // SPE Advanced Technology Series. 1993. Vol. 1, No. 1. P. 7–16. Paper SPE 21217.

15. *Brigham W.E.* Discussion of productivity of a horizontal well // SPERE. 1990. May. P. 254–255. Paper SPE 20394.

16. *Peaceman D.W.* Further discussion of productivity of a horizontal well // SPERE. 1990. August. P. 437–438. Paper SPE 20799.

17. *Peaceman D.W.* Further discussion of productivity of a horizontal well // SPERE. 1991. February. P. 149–150. Paper SPE 21611.

18. *Babu D.K., Odeh A.S., Al-Khalifa A.J., McCann R.C.* The relation ship between wellblock and well pressure in numerical reservoir simulation of horizontal wells // SPERE. 1991. August. P. 324–328.