

## О ПРЕДСТАВЛЕНИИ СКВАЖИНЫ В 3D ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Э.С. Закиров, С.Н. Закиров, И.М. Индрупский, Д.П. Анিকেев  
ИПНГ РАН, e-mail: ezakirov@ogri.ru

Проблема представления скважины при гидродинамическом моделировании имеет давнюю историю, но и сегодня нельзя утверждать, что все затруднения при ее разрешении преодолены. Ибо моделирование скважины – классическая задача представления разномасштабных объектов с требованием достижения необходимой точности расчетов в рамках одного вычислительного модуля. Так, например, размеры сеточных блоков в горизонтальной плоскости на 2–3–4 порядка больше, чем диаметр скважины. Типичный радиус скважины имеет порядок 10 см, а элементарный блок вычислительной сетки –  $100 \times 100 \times 1$  м.

В то же время градиенты давления максимальны в околоскважинной зоне и должны быть наиболее точно представлены именно в рассматриваемой области. Чем дальше сеточная ячейка находится от скважины, тем меньше изменение пластового давления в ней сказывается на ее работе.

Скважины почти никогда не моделируются явным образом. Это означает, что давление в сеточном блоке, вскрытом скважиной, отличается от локального забойного давления в том же сеточном блоке. Соответствующий перепад давления вызывает приток из (или в) ячейки, вскрытой скважиной. Возникает проблема связи расхода и вызывающего переток перепада давления.

Согласно литературным данным, проблема перехода от давления в скважинной ячейке к забойному давлению нефтяной скважины была впервые осознана в нашей стране, вначале применительно к решению 2D фильтрационных задач на электрических моделях с сетками RC (из емкостей и сопротивлений) [1], затем близкие исследования были выполнены применительно к решению 2D фильтрационных задач конечно-разностными методами [2, 3]. Соответствующий подход к моделированию газовых скважин рассмотрен в работе [4].

В более поздних зарубежных публикациях в формулу для дебита скважины в скважинной ячейке вводится коэффициент проводимости, умножаемый на разность давления в сеточной ячейке и забойного давления. Коэффициент проводимости в гидродинамическом моделировании играет важнейшую роль. Его обозначают  $WI$  (от

английского словосочетания well index – скважинный индекс) или  $T_w$  – от английского понятия connection transmissibility factor – коэффициент проводимости соединения).

Коэффициент проводимости соединения характеризует взаимодействие между пластом и забоем скважины. По определению, для флюида вязкостью  $\mu$  он вычисляется как частное от деления объемного расхода  $q^w$  на перепад давлений в сеточном блоке  $p$  и в скважине  $p^w$ :

$$T_w = \frac{q^w \mu}{p - p^w}. \quad (1)$$

Формула (1) выражает суть модели скважины, используемой в гидродинамическом моделировании. Ибо она выражает связь дебита и перепада давления при помощи коэффициента проводимости соединения:

$$q^w = \frac{T_w (p - p^w)}{\mu}. \quad (2)$$

Таким образом, скважина не моделируется явным образом при помощи аппроксимации ее траектории разностной сеткой, а лишь как точечный источник/сток с вычисляемым по формуле (2) дебитом.

Форма уравнения (2) близка общему выражению для индекса продуктивности скважины  $PI$  (от английского словосочетания productivity index):

$$Q = \frac{PI}{\mu} (\langle p \rangle - p^w), \quad (3)$$

где  $Q$  – общий дебит скважины, а  $\langle p \rangle$  – среднее пластовое давление. Близость формы двух уравнений (2) и (3) объясняет, почему методы, разработанные для вычисления  $PI$ , могут также применяться для вычисления  $T_w$ .

### **Некоторые обобщения формулы расчета притока к отдельной сеточной ячейке на различные случаи**

Аналог формулы (1) применяется симуляторами для каждого  $i$ -го сеточного блока, вскрытого скважиной  $w$ :

$$T_{wi} = \frac{q_i^w \mu}{p_i - p_i^w}. \quad (4)$$

В основе способа вычисления коэффициента проводимости сеточного узла, связанного со скважиной, лежит предположение об изолированности скважины. Исходя

из этого требуется не менее 5 ячеек от скважины до соседней скважины или границы пласта.

Из формулы (4) следует, что расход однофазного флюида в данном сеточном блоке  $i$  равен

$$q_i^w = \frac{T_{wi}}{\mu} (p_i - p_i^w). \quad (5)$$

Поскольку для вычисления дебита в ячейке, вскрытой скважиной, используется формула (5), то дебит скважины  $Q^w$ , вскрывшей систему ячеек, определяется соотношением:

$$Q^w = \sum_{i \in w} q_i^w = \sum_{i \in w} \frac{T_{wi}}{\mu} (p_i - p_i^w), \quad (6)$$

где суммирование осуществляется по всем сеточным ячейкам  $i$ , вскрытым скважиной  $w$ .

Данная формула в случае линейной задачи может быть получена методом суперпозиции. Однако реальные фильтрационные задачи существенно нелинейны. Поэтому формула (6) используется некорректно в силу одного из основных, указанного при выводе формулы (4) предположения об изолированности скважины. Очевидно, что формула (6) не налагает никаких ограничений на этот счет. Поэтому суммирование осуществляется по соседствующим сеточным ячейкам, вскрытым скважиной. Таким образом, формула (6) применяется, и весьма широко, в условиях, несколько противоречащих предположениям при ее выводе. Однако, «с легкой руки» работы [5] она применяется повсеместно.

На случай многофазного течения формулу (4) можно обобщить следующим образом:

$$q_{\alpha i}^w = T_{wi} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} (p_{\alpha i} - p_{\alpha i}^w). \quad (7)$$

Здесь индекс  $\alpha$  обозначает фильтрующуюся фазу;  $k_{r\alpha}$  – ее относительную фазовую проницаемость (ОФП);  $p_{\alpha}$  – пластовое давление фазы  $\alpha$ ;  $p_{\alpha}^w$  – забойное давление фазы  $\alpha$ ;  $\mu_{\alpha}$  – вязкость фазы  $\alpha$ .

Допустимо давления в фазах на стенке скважины считать одинаковыми. Поскольку диаметр скважины намного превосходит средний диаметр капилляра в пласте, капиллярными силами на стенке скважины можно пренебречь. Таким образом, вводится

только одно забойное давление  $p^w$ :  $p^w \equiv p_\alpha^w \forall \alpha$ . Тогда формула (7) принимает вид:

$$q_{ai}^w = T_{wi} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (p_{ai} - p_i^w). \quad (8)$$

Для расчета массового дебита фазы  $\alpha$  требуется ее плотность:

$$q_{ai}^{m,w} = T_{wi} \frac{k_{r\alpha} \rho_\alpha}{\mu_\alpha} (p_{ai} - p_i^w), \quad (9)$$

а для пересчета дебита в стандартные условия необходим объемный фактор  $B_\alpha$ :

$$q_{ai}^{об,cm,w} = T_{wi} \frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} (p_{ai} - p_i^w). \quad (10)$$

В рамках данного рассмотрения пренебрегаем растворимостью компонентов в фазах, Предполагая, что фазы состоят только из одноименных компонентов. Обобщение на случай растворимости компонентов в фазах является прямым [6]. В обозначениях массовой растворимости компонент  $l$  в фазе  $\alpha$  через  $C_\alpha^l$ , формула (8) принимает вид:

$$q_i^{l,w} = \sum_\alpha T_{wi} \frac{k_{r\alpha} C_\alpha^l}{\mu_\alpha} (p_{ai} - p_i^w). \quad (11)$$

Следует отметить, что переход от формулы (5) к (8) в литературе явным образом не обосновывается. Если формула (5) еще имеет теоретическое обоснование, то формула (8) носит чисто эвристический характер. Иными словами, соответствующая функциональная связь между дебитом фазы и перепадом давления в многофазном случае просто постулируется.

Хотя с некоторыми обобщениями трудно согласиться. Например, приток конкретной фазы  $\alpha$  к скважине должен определяться не просто каким-то перепадом давления в какой-то фазе вообще, а перепадом давления именно в рассматриваемой фазе  $\alpha$ . Однако на практике большинство симуляторов используют следующую формулу расчета дебита фазы в сеточной ячейке, вскрытой скважиной:

$$q_{ai}^w = T_{wi} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (p_i - p_i^w). \quad (12)$$

Объясним различие в формулах (5) и (12). В формуле (12) используется давление в сеточной ячейке, а не давление фазы  $\alpha$  в этой же ячейке. Под давлением в ячейке понимается первичная переменная задачи. Часто это давление в нефтяной фазе, через которое с использованием капиллярных сил получают давления во всех других фазах.

За счет традиционного способа введения капиллярного давления  $p_{\alpha,\beta}^{\kappa}$  между двумя фазами  $\alpha, \beta$  ( $\alpha \neq \beta$ )

$$p^{\alpha} - p^{\beta} = p_{\alpha\beta}^{\kappa} \quad (13)$$

формулу (5) можно представить в виде:

$$q_{ai}^w = T_{wi} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} (p_i^1 - p_{\alpha 1}^{\kappa} - p_i^w), \quad (14)$$

где  $p^1$  – фазовая переменная фильтрационной задачи (например, давление в нефтяной фазе  $p$  в формуле (12)), а  $p_{\alpha 1}^{\kappa}$  – соответствующее капиллярное давление между фазами  $\alpha$  и 1. Если  $\alpha = 1$ , то  $p_{\alpha 1}^{\kappa} \equiv 0$ . Таким образом, корректная формула (5) отличается от используемой в симуляторах формулы (12) наличием капиллярного давления  $p_{\alpha 1}^{\kappa}$ .

Формула (8) в существующих коммерческих симуляторах [7] используется в следующем виде:

$$q_{ai}^w = T_{wi} M_{ai} (p_i - p_w - H_{wi}), \quad (15)$$

где  $q_{ai}^w$  – объемный расход фазы  $\alpha$  в товарных условиях из интервала, связанного с сеточным блоком  $i$ . Знак предполагается положительным для притока из пласта в скважину и отрицательным для оттока из скважины в пласт;  $M_{ai}$  – подвижность фазы во вскрытом интервале;  $M_{ai} = \frac{k_{\alpha}}{B_{\alpha} \mu_{\alpha}}$ ;  $p_i$  – давление в сеточном блоке (первичная фазовая переменная фильтрационной задачи);  $p_w$  – забойное давление скважины;  $H_{wi}$  – гидростатический напор между отметкой задания забойного давления и центром сеточного блока. Таким образом, сумма  $p_w + H_{wi}$  представляет собой пересчитанное на данную отметку (глубину центра сеточного блока) забойное давление скважины. Ибо именно перепад между пластовым и забойным давлениями вызывает приток из (или в) скважины.

### **Краткий литературный обзор проблемы расчета коэффициента проводимости соединения**

В простейшем случае для вертикальной скважины в однородном пласте в работе Д. Писмена [8] была получена аналитическая формула для вычисления  $T_{wi}$ . В дописменовский период зарубежные специалисты широко использовали подход работы

[9], когда вместо давления  $p_i$  использовалось осредненное по площади давление. В работе [8] была показана неточность сопоставляемого подхода. В дальнейшем гидродинамики стали использовать только модели писменовского типа.

Как уже отмечалось, впервые проблема учета работы отдельных скважин была осознана в СССР и получила свое решение для вертикальных скважин задолго до появления аналогичных работ в США. Однако в мире принято ссылаться только на работы Д. Писмена [8, 10].

Ряд авторов за рубежом периодически обращались к проблеме вычисления индекса продуктивности скважины. Работа [10] обобщает результаты статьи [8] на случай единичной совершенной по степени вскрытия скважины, расположенной в ячейке картезианской сетки, моделирующей ортотропно-анизотропную среду. Модификации, учитывающие ориентацию скважины, представлены в работах [11, 12]. Хотя эти подходы по изменению масштаба пространственных переменных и используются в существующих коммерческих симуляторах, в ряде случаев они могут приводить к значительным ошибкам [13].

Следует заметить, что классическая модель Писмена не распространяется на сложные случаи, связанные, например, со смещенными от центра сеточного блока скважинами [14, 15], с геометрией сетки общего вида, деформированными сеточными блоками или с локальным измельчением около скважины [14, 16].

Более точны подходы, объединяющие полуаналитические решения и результаты расчетов методом конечных разностей по областям, превышающим отдельный сеточный блок. В работе [17] в качестве контрольного решения использовалось ранее полученное авторами решение для вычисления индекса продуктивности горизонтальной скважины [18], протяженной вдоль координатной оси. Авторы [17] объединили это решение с аналитическим выражением для вычисления поля давления в профильной задаче на картезианской сетке с большим отношением ширины ячейки к ее высоте. Это позволило вычислять индекс продуктивности скважины по срезам в трехмерной задаче.

На основе сопоставления аналитических и численных результатов в работе [19] определены точные значения индекса продуктивности  $T_w$  для скважин в однородных пластах. Для случая неоднородного пласта получено тестовое решение путем мелкомасштабного сеточного моделирования на сетках Вороного.

В работе [20] рассматривалась отдельная однозабойная наклонная скважина в бесконечной по латерали слоистой системе. Соответствующее полуаналитическое решение, основанное на методе отражения и аналитическом решении теории тонкого тела, было объединено с конечно-разностным решением по давлению, при граничных условиях для давления по латерали, определяемых из аналитического решения.

В работе [13] решалось уравнение Лапласа в эллиптических координатах с использованием геометрического преобразования для учета наклонности скважины в бесконечном пласте. Этот результат использовался совместно с численным решением для определения подходящих коэффициентов проводимости скважины.

Потенциал простого слоя в работе [21] использован для вычисления распределения стационарного давления в окрестности скважины. Дополнительно адаптировались проводимости скважинного блока, чтобы более точно учесть характерные свойства радиальной фильтрации.

Позднее в работе [22] задачу притока к скважине было предложено разбить на две вспомогательные задачи. В этом случае суперпозиция двух решений дает решение исходной задачи. Первая задача представляет сингулярное течение, вызванное работой скважины, а вторая – регулярное течение, не зависящее от притока к скважине. Соответственно, первая задача состоит в определении давления в случае притока к скважине с заданным дебитом в бесконечном пласте, а вторая задача решается для скважин с нулевым дебитом в ограниченном пласте, для которой граничные условия на внешней границе скорректированы на решение первой задачи на этой границе.

Суть метода заключается в том, что для решения задач осуществляется преобразование декартовых координат в логарифмически-полярные, благодаря чему удается избавиться от особенности (сингулярности) решения в окрестности скважины. Вторая вспомогательная задача становится несколько хуже определенной, чем на первоначальной сетке, поскольку растет погрешность аппроксимации. Аппроксимация в новой системе координат осуществляется по стандартной методике двухточечной или многоточечной аппроксимации с поправкой на логарифмическую полярность системы координат. Для моделирования скважины в [22] использовалась модель писменовского типа. Допускалось любое значение эквивалентного радиуса скважинного блока при условии, что соответствующая окружность будет лежать внутри сеточного блока и будет больше окружности ствола скважины.

Точные решения с использованием сеток, учитывающих траекторию скважины и околоскважинную неоднородность, также обсуждались в литературе (см. сетки на основе конечных элементов [23] и локально эллиптические гибридные сетки [24]).

Относительно скважин нетрадиционных типов, т.е. скважин с произвольной траекторией, а также многозабойных скважин отметим, что они становятся все более и более распространенными. Скважины данного типа могут пересекать сеточные блоки произвольным образом. Кроме того, для моделей подобного типа скважин часто используются нерегулярные сетки для численного представления различных геологических особенностей пласта. Соответствующие сетки покрывают диапазон от структурированных криволинейных сеток, мультиблочных до полностью неструктурированных сеток. Совместное использование скважин сложной траектории и прогрессивных сеток значительно усложняет задачу с точки зрения достижения приемлемой точности предсказания поведения скважины в будущем.

Эффективным подходом к моделированию продуктивности скважин нетрадиционных типов при разработке на истощение является использование полуаналитических методов. Ранние работы подобного рода исследовали единичные горизонтальные скважины (бесконечной проводимости), вытянутые вдоль одной из сторон продуктивного пласта в форме прямоугольного параллелепипеда. Методы решения представляли собой последовательное интегральное преобразование [25, 26], использование точечных функций Грина [18, 27, 28, 29], приводящие к решениям в виде рядов.

Более сложные геометрии скважин рассматривались позднее в работах [30, 31, 32] с использованием методов численного интегрирования дифференциальных уравнений. В ряде работ [33 и цитируемые там работы] показана связь гидравлики на забое скважины (т.е. конечная проводимость скважин) с движением потока в пласте. Все полуаналитические методы, упомянутые выше, имеют преимущество в виде ограниченного набора данных и высокой вычислительной эффективности по сравнению с моделированием на основе конечных разностей. Это делает указанные методы хорошо подходящими для целей предварительной оценки первичной добычи при истощении пластовой энергии.

Ранние полуаналитические методы, однако, распространялись только на однородные системы или практически строго слоистые системы [20, 34]. Это является

существенным ограничением, поскольку на продуктивность скважин нетрадиционных типов может в значительной степени влиять мелкомасштабная неоднородность в околоскважинной области. Мелкомасштабная неоднородность может включаться в детальную вычислительную модель. Но результирующая модель может быть очень сложной для построения, требующей значительного вычислительного времени для прогона модели.

В статьях\* данного номера журнала более подробно рассматриваются три главных метода вычисления коэффициента продуктивности одиночного интервала, вскрытого скважиной. Это методы Писмена [8, 10, 16, 35], проекции [7] для вертикальных и наклонных скважин, методы Бабу и Одэ [17, 18, 36] для горизонтальных скважин и полуаналитический подход [31, 37, 38, 39, 40, 41].

В работе [42] на примерах убедительно показано преимущество последнего метода над остальными при моделировании работы горизонтальных скважин в достаточно общих условиях. Правда, работа [42] опиралась только на однородные сеточные модели однородных (как изотропных, так и анизотропных) пластов.

### **Выводы**

1. В модель скважины в качестве сомножителей входит несколько составляющих. Наименее точно определяется коэффициент проводимости сеточной ячейки, вскрытой скважиной, поскольку аналитические формулы для его вычисления получены при достаточно ограничивающих предположениях (которые совершенно не обязательно выполнены на практике).

2. Точное вычисление проводимости ячейки, вскрытой скважиной, является трудной задачей. Ошибка в определении данного коэффициента напрямую сказывается на точности определения дебита каждого вскрытого интервала и скважины в целом. Существуют множество методов его вычисления. Наиболее точен метод Стэнфордского университета, который точно учитывает траекторию скважины, а также сферичность притока к концам скважины. Для учета указанных эффектов достаточно использовать полученные при помощи AdWell коэффициенты проводимости скважины.

3. При моделировании используют два конкурирующих подхода. Первый подход

---

\* См. статьи:

*Закиров Э.С., Закиров С.Н., Индрупский И.М., Аникеев Д.П.* «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения. Метод Писмена»;

*Закиров Э.С., Закиров С.Н., Индрупский И.М., Аникеев Д.П.* «Вычисление коэффициента проводимости скважинного соединения – полуаналитический метод Стенфордского университета» в данном выпуске.

основывается на точных коэффициентах проводимости скважинных ячеек. В этом случае локальное измельчение в околоскважинной области не производится. Точные коэффициенты проводимости наилучшим образом учитывают физику притока к прогрессивной скважине. При втором подходе производится локальное измельчение в околоскважинной области, а точность вычислений повышается за счет того, что сетка локального измельчения сама частично учитывает особенности притока к скважине. Однако во втором случае вопрос точности коэффициентов проводимости не снимается, хотя и частично нивелируется.

*Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Научное обоснование новых экологически чистых технологий разработки месторождений углеводородов в сложных горно-геологических условиях на основе 3D-компьютерных экспериментов», № АААА-А16-116022510270-1).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Толстов Ю.Г. Применение метода электрического моделирования физических явлений к решению некоторых задач подземной гидравлики // Журнал техн. физики. 1942. Т. 12, вып. 10. С. 20–25.
2. Вахитов Г.Г. Решение задач подземной гидродинамики методом конечных разностей // Тр. ВНИИнефть. М.: Гостехиздат, 1957. Вып. 10. С. 53–88.
3. Вахитов Г.Г. Эффективные способы решения задач разработки неоднородных нефтеводоносных пластов. М.: Гостехиздат, 1963. 216 с.
4. Закиров С.Н. К моделированию газовых скважин при нарушении линейного закона фильтрации // Газовое дело. 1970. № 6.
5. Chappelle J.E., Williamson A.S. Representing wells in numerical reservoir simulation: Part 2. Implementation // SPEJ. 1981. June. P. 339–344.
6. Закиров Э.С. Трехмерные многофазные задачи прогнозирования, анализа и регулирования разработки месторождений нефти и газа. М.: Изд. дом «Грааль», 2001. 303 с.
7. Schlumberger ECLIPSE 2008.1 Technical Description. 2008.
8. Peaceman D.W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation // SPEJ. 1978. June. P. 183–194.
9. van Poolen H.K., Breitenbach E.A., Thurnau D.H. Treatment of individual wells and grids in reservoir modeling // SPEJ. 1968. December. P. 341–346.

10. *Peaceman D.W.* Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability // SPEJ. 1983. June. P. 531–543.
11. *Alvestad J., Holing K., Christoffersen K., Stave O.* Interactive modeling of multiphase inflow performance of horizontal and highly deviated wells // Paper SPE 27577 prepared for presentation at the European Petroleum Computer Conference. Aberdeen, UK, 15–17 March 1994. 16 p.
12. *Mochizuki S.* Well productivity for arbitrarily inclined well // Paper SPE 29133 prepared for presentation at the SPE Reservoir Simulation Symposium. San Antonio, Texas, 12–13 February 1995. 9 p.
13. *Klausen R.A., Aavatsmark I.* Connection transmissibility factors in reservoir simulation for slanted wells in 3D grids // Paper prepared for presentation at the 7<sup>th</sup> European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. Baveno, Italy, 5–8 September 2000. 10 p.
14. *Ding Yu., Renard G., Weill L.* Representation of wells in numerical reservoir simulation // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. 1998. Vol. 1, No. 1. P.18–23.
15. *Su H.J.* Modelling of off-center wells in reservoir simulation // SPE Reservoir Engineering. 1995. P. 47–51.
16. *Peaceman D.W.* Representation of a horizontal well in numerical reservoir simulation // SPE Advanced Technology Series. 1993. Vol. 1, No. 1. P. 7–16. Paper SPE 21217.
17. *Babu D.K., Odeh A.S.* Numerical simulation of horizontal well // Paper SPE 20161 prepared for presentation at the SPE Middle East Oil Show. Bahrain, 16–19 November 1991. 5 p.
18. *Babu D.K., Odeh A.S.* Productivity of a horizontal well // SPERE. 1989. Vol. 4, No. 4. P. 417–421. Paper SPE 18298.
19. *Palagi C.L., Aziz K.* The modeling of vertical and horizontal wells with Voronoi grid // Paper SPE 24072 prepared for presentation at the SPE Western Regional Meeting. Bakersfield, CA, 30 March–1 April 1992. 7 p.
20. *Lee S.H., Milliken W.J.* The productivity index of an inclined well in finite-difference reservoir simulation // Paper SPE 25247 prepared for presentation at the SPE Symposium on Reservoir Simulation. New Orleans, Louisiana, 28 February–3 March 1993. 11 p.
21. *Ding Y.* A generalized 3D well model for reservoir simulation // SPEJ. 1996. Vol. 1, No. 4. P. 437–450.

22. *Ding Yu., Jeannin L.* A multi-point flux approximation scheme for well modelling in reservoir simulations // Paper prepared for presentation at the 7<sup>th</sup> European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. Baveno, Italy, 5–8 September 2000.
23. *Morita N., Singh S.P., Chen H.S., Whitfill D.L.* Three-dimensional well model pre-processors for reservoir simulation with horizontal and curved inclined wells // Paper SPE 20718 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. New Orleans, Louisiana, 23–26 September 1990. 16 p.
24. *Fung L.S.-K., Buchanan W.L., Sharma R.* Hybrid-CVFE method for flexible grid reservoir simulation // Paper SPE 25266 prepared for presentation at the SPE Reservoir Simulation Symposium. New Orleans, Louisiana, 28 February–3 March 1993. 7 p.
25. *Goode P.A., Thambynayagam R.K.M.* Pressure drawdown and buildup analysis of horizontal wells in anisotropic media // SPEFE. 1987. December. P. 683–697.
26. *Kuchuk F.J., Goode P.A., Brice B.W., Sherrard D.W., Thambynayagam R.K.M.* Pressure transient analysis and inflow performance for horizontal wells // Paper SPE 18300 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Houston, Texas, USA, 2–5 October 1988. 9 p.
27. *Clonts M.D., Ramey H.J. Jr.* Pressure transient analysis for wells with horizontal drainholes // Paper SPE 15116 prepared for presentation at the SPE California Regional Meeting. Oakland, California, 2–4 April 1986. 16 p.
28. *Daviau F., Mouronval G., Bourdarot G., Curutchet P.* Pressure analysis for horizontal wells // Paper SPE 14251 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Las Vegas, Nevada, 22–25 September 1985. 9 p.
29. *Ozkan E., Raghavan R., Joshi S.D.* Horizontal well pressure analysis // SPEFE. December 1989. P. 567–575
30. *Economides M.J., Brand C.W., Frick T.P.* Well configurations in anisotropic reservoirs // SPEFE. 1996. December. P. 257–262.
31. *Maizeret P.D.* Well indices for nonconventional wells // Master's report. Stanford University, 1996.
32. *Ouyang L.-B., Aziz K.* A General Single-Phase Wellbore/Reservoir Coupling Model for Multilateral Wells // SPERE&E. 2001. Vol. 4. P. 327–335.
33. *Ouyang L.-B.* Single phase and multiphase fluid flow in horizontal wells: Ph.D. Thesis, Stanford University, 1998.

34. *Basquet R., Alabert F.G., Caltagirone J.P., Batsale J.C.* A semi-analytical approach for productivity evaluation of wells with complex geometry in multilayered reservoirs // Paper SPE 49232 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. New Orleans, 27–30 September 1998. 10 p.
35. *Peaceman D.W.* Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation. Part 3. Off center and multiple wells within a well-block // SPERE. 1990. Vol. 5, No. 2. 6 p.
36. *Babu D.K., Odeh A.S., Al-Khalifa A.J., McCann R.C.* The relationship between wellblock and well pressure in numerical reservoir simulation of horizontal wells // SPERE. 1991. August. P. 324–328.
37. *Durlofsky L.J., Aziz K.* Advanced techniques for reservoir simulation and modeling of nonconventional wells // Final Report. 2004. August. 213 p.
38. *Serve J.* An enhanced framework for modeling complex well configurations // Master's Report. Stanford University, 2002.
39. *Valvatne P.H.* A framework for modeling complex well configurations: M.S. Thesis. Stanford University, 2000.
40. *Wolfsteiner C., Aziz K., Durlofsky L.J.* Modeling conventional and non-conventional wells // Paper prepared for presentation at the 6<sup>th</sup> International Forum on Reservoir Simulation. Salzburg, Austria. 3–7 September 2001. 11 p.
41. *Wolfsteiner C., Durlofsky L.J., Aziz K.* Calculation of well Index for nonconventional wells on arbitrary grids // Comp. Geosciences. 2003. Vol. 7. P. 61–82.
42. *Shu J.* Comparison of various techniques for computing well index: M.S. Thesis, Stanford University, August 2005.