

ЛУЧЕВОЙ МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ФРОНТА РАЗМЫВАНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ОБЪЕМА ПОДЗЕМНОГО РЕЗЕРВУАРА

А.Н. Вульфсон, О.О. Бородин
ИПНГ РАН, e-mail: vulfson@ipng.ru, borodin@ipng.ru

Интенсивная газонефтедобыча в районах Крайнего Севера приводит к извлечению большого количества жидких углеводородов.

В условиях развития интенсивной газонефтедобычи и промышленной переработки конструирование резервуаров для хранения природных углеводородов является весьма актуальной задачей [1].

Создание накопительной системы подземных нефтегазохранилищ в мерзлом грунте с общим объемом порядка миллиона кубометров обусловлено существованием сезонного межнавигационного периода и является необходимой мерой эффективной добычи газа в районах Крайнего Севера.

Геометрические параметры сооружаемых подземных резервуаров определяются исходя из геокриологического строения пород на выбранных участках строительства, а также мощности, глубины залегания и деформационно-прочностных характеристик многолетних мерзлых горных пород.

Для конструирования подземных резервуаров в мерзлых осадочных породах используются три типа технологий: траншейные, шахтные и скважинные.

Для оптимизации современной скважинной гидротехнологии и оптимального конструирования подземных резервуаров в мерзлых грунтах целесообразно использовать компьютерный мониторинг процесса размывания почвы. Реализация компьютерного мониторинга позволяет заранее прогнозировать форму подземного нефтегазохранилища, что обеспечивает оптимальную корректировку процесса конструирования полости в мерзлом грунте [2]. Существенно, что компьютерный мониторинг позволяет рассчитать форму купола резервуара, анализ устойчивости которого позволяет предупредить нежелательные обрушения грунта в полости резервуара. Компьютерный мониторинг позволяет оценить герметичность подземного нефтегазохранилища и является существенным дополнением к методу звуколокационного обследования полости резервуара [3, 4].

1. Общая схема оптимального конструирования подземного резервуара в мерзлых грунтах

На первом этапе гидротехнологического метода строительства нефтегазохранилища в мерзлом грунте происходит бурение разведочной вертикальной скважины (подробнее см. [1]). Отверстие скважины заполняется системой соосных труб, диаметром порядка 10 см. Система труб служит для отбора керна от земной поверхности до глубины на 5 м ниже подошвы песчаного пласта. Последовательный отбор керна из разведочной скважины позволяет установить вертикальную структуру геологического разреза, т.е. определить мощности прослоев песка, супеси, суглинка, льда, органических и иных включений, выхода керна, наличия криопэггов и водопритоков в скважину.

На втором этапе гидротехнологического метода во внутреннюю трубу подается вода, сжатый воздух и водяной пар от парогенераторной установки (рис. 1).

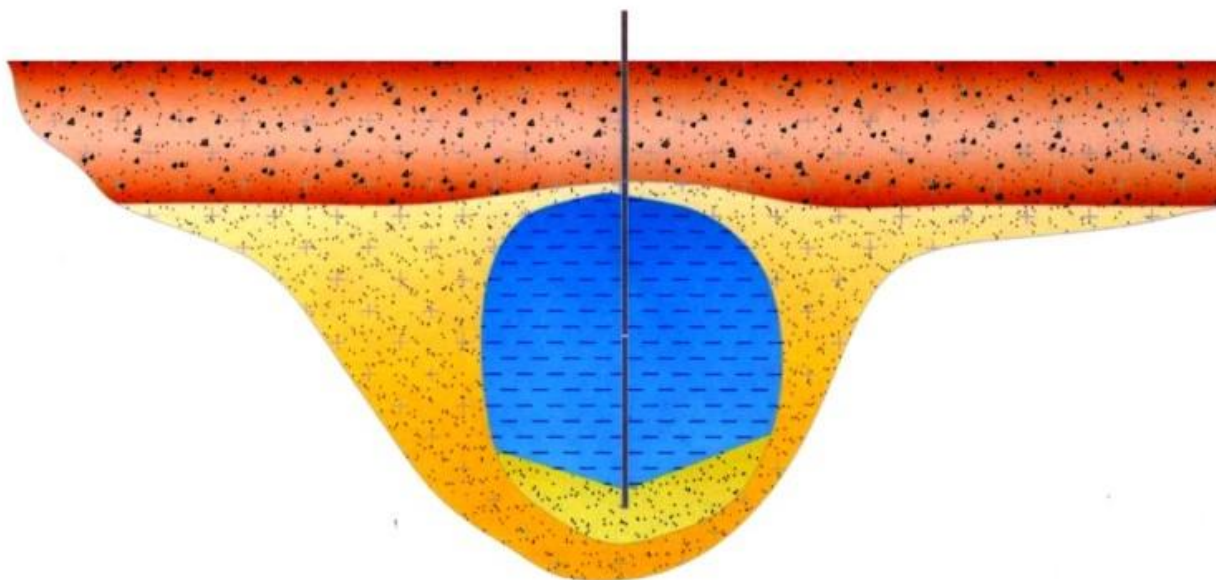


Рис. 1. Принципиальная схема создания подземного нефтегазохранилища гидротехнологическим методом для вычисления формы резервуара на основе лучевого подхода; слои мерзлых грунтов с различными физическими свойствами изображены различными цветами

Под воздействием горячей воды, нагретой водяным паром, на стенках создаваемого резервуара происходит оттаивание грунта. Оттаявший песок опускается на дно подземной камеры и перемешивается с водой, образуя гидросмесь (пульпу). Для подъема гидросмеси песка на поверхность во внешнюю вертикальную трубу подают сжатый воздух от компрессора (см. рис. 1).

Строительство подземного резервуара гидротехнологическим методом выполняют поэтапно с последовательным подъемом уровня раздела вода–воздух. Такая технология не только обеспечивает достижение проектного объема резервуара, но и позволяет сформировать устойчивый свод в его кровле.

В финальной стадии процесса размывания формируется подземный резервуар, фактический объем, форма, размеры и герметичность которого определяются акустическим локационным зондированием. Процесс конструирования резервуара считается законченным после того, как звуколокационное обследование фиксирует достижение проектного объема.

Практическая эксплуатация подземного резервуара начинается после откачивания воды и монтажа соответствующего технологического оборудования.

2. Основные предположения и понятия модели

2.1. Основные гипотезы и определения

Пусть t – время; x, y, z – декартова система координат с началом O в центре теплового источника, а направление оси z противоположно направлению силы тяжести g . В последующем изложении будем задавать точки пространства трехмерным вектором $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$.

При построении количественной теории размывания грунта при локализованном тепловом воздействии будут использованы следующие понятия и гипотезы.

Понятие грунта

Рассмотрим сыпучую сплошную среду, физические свойства которой задаются n -мерным вектором параметров $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, координаты которого a_i соответствуют таким характеристикам, как плотность, теплопроводность и т.д. Такую сплошную среду будем называть далее *грунтом*. Соответственно *регулярным грунтом* будем называть далее сыпучую сплошную среду, физические параметры которой a_i являются гладкими функциями координат.

Гипотеза 1. Изотропность скорости растапливания регулярного грунта.

С каждой точкой регулярного грунта $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$ можно связать скалярную, не зависящую от направления изотропную скорость растапливания v_p .

Предполагается, что скорость растапливания v_p зависит от локальной температуры в точке растапливания $T = T(x, y, z)$ и вектора постоянных параметров грунта \vec{a} . Иными словами, в рамках предлагаемой гипотезы считается, что $v_p = v_p(T, \vec{a})$. Вид аналитической зависимости $v_p = v_p(T, \vec{a})$ определяется из лабораторных экспериментов.

Пусть $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$ – произвольная точка грунта; $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ – любая гладкая кривая из семейства кривых Λ , соединяющая тепловой источник \vec{r}_0 и точку \vec{r} и заданная параметрическим векторным уравнением $\vec{r} = \vec{r}(\sigma, \lambda)$ или параметрическими скалярными уравнениями $x = x(\sigma, \lambda)$, $y = y(\sigma, \lambda)$, $z = z(\sigma, \lambda)$. Здесь σ – параметр на кривой; $\lambda \in \Lambda$ – параметр, выделяющий кривую из заданного семейства.

Очевидно, что время τ , за которое процесс размывания грунта вдоль кривой $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ достигнет точки \vec{r} , будет равно:

$$\tau(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{ds}{v_p(s)} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{1}{v_p(\sigma)} \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2} d\sigma. \quad (1)$$

Здесь $x_\sigma = dx / d\sigma$, $y_\sigma = dy / d\sigma$, $z_\sigma = dz / d\sigma$ – параметрические производные; $ds = \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2} d\sigma$ – элемент длины кривой.

По аналогии с геометрической оптикой функционал (1) будем называть далее функционалом Ферма.

Гипотеза 2. Справедливость принципа Ферма для процесса размывания.

Допустим, что из всех возможных путей $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ процесс размывания выбирает такой путь $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda_0)$, по которому точка \vec{r} достигается за самое короткое время. Это означает, что на кривой $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda_0)$ реализуется временной минимум

$$W(\vec{r}, \vec{r}_0) = \min_{\lambda} \tau(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{ds}{v_p(s)} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{1}{v_p(\sigma)} \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2} d\sigma. \quad (2)$$

Последняя гипотеза является реализацией принципа Ферма для процесса размывания [5].

В соответствии с общей теорией вариационного исчисления можно утверждать, что необходимым условием выполнения (2) является равенство нулю первой вариации функционала Ферма:

$$\delta\tau(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda) = \delta \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{ds}{v_p(s)} = \delta \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{1}{v_p(\sigma)} \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2} d\sigma = 0. \quad (3)$$

Здесь $\delta\tau(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ – первая вариация функционала (2), при этом равенство нулю (3) определяет экстремаль $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda_0)$.

Согласно теории вариационного исчисления равенство нулю первой вариации (3) эквивалентно дифференциальному уравнению Эйлера. В данном случае оно имеет вид

$$\frac{d}{dl} \vec{l} \frac{1}{v_p} = \vec{\nabla} \frac{1}{v_p}, \quad (4)$$

где $dl_\sigma = |\vec{r}_\sigma| d\sigma$ и $\vec{l}_\sigma = \vec{r}_\sigma / |\vec{r}_\sigma|$ – единичный вектор касательной.

2.2. Понятие о луче, фронте и области размывания

Допустим, что размывание грунта реализуется точечным тепловым источником, расположенным в точке \vec{r}_0 , соответствующему нижнему концу трубы. Понятия луча, фронта и области размывания введем по аналогии с геометрической оптикой.

Понятие о луче размывания

Лучом размывания, соединяющим точки \vec{r}_0 и \vec{r} , будем называть траекторию, вдоль которой процесс размывания от теплового источника \vec{r}_0 достигает точки \vec{r} за минимальное время $W(\vec{r}, \vec{r}_0)$.

Понятие о фронте размывания

Фронтом размывания, соответствующим времени t , будем называть поверхность $\Gamma_t(\vec{r}_0)$, удовлетворяющую условию $\Gamma_t(\vec{r}_0) = \{\vec{r} : W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t\}$.

Согласно этому определению фронт размывания состоит из точек, которых достигают всевозможные лучи размывания, исходящие из источника \vec{r}_0 , за время t .

Понятие об области размывания

Областью размывания $X(\vec{r}_0, t)$ будем называть геометрическое место точек \vec{r} , удовлетворяющее неравенству $X(\vec{r}_0, t) = \{\vec{r} : W(\vec{r}_0, \vec{r}) \leq t\}$.

Согласно этому определению область размывания состоит из точек, которые достигаются лучами размывания, исходящими из источника \vec{r}_0 , за время меньшее или равное t .

2.3. Геометрические свойства лучей и фронтов

Из геометрической оптики известны геометрические теоремы о взаимном расположении лучей и фронтов.

Утверждение 1. В изотропной среде вектор скорости размывания вдоль луча перпендикулярен к поверхности фронта размывания.

Доказательство. Пусть \vec{u} – вектор скорости размывания в точке \vec{x} , направленный вдоль луча, выходящего из точки \vec{r}_0 . Так как среда изотропна, то индикатрисы всех ее точек являются кругами. Поэтому касательная к индикатрисе в точке \vec{u} перпендикулярна вектору \vec{u} . Однако касательная к фронту в точке \vec{r} параллельна касательной к индикатрисе в точке \vec{u} , т.е. вектор \vec{u} перпендикулярен фронту размывания.

Утверждение 2. В изотропной среде величина нормального вектора скорости луча к поверхности фронта размывания удовлетворяет соотношению:

$$\vec{u} = v_p^2(x, y, z) \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z} \right). \quad (5)$$

Утверждение 3. В изотропной среде функция $W(\vec{r}_0, \vec{r})$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 = \frac{1}{v_p^2(x, y, z)}. \quad (6)$$

Уравнение в частных производных (6), известное как уравнение эйконала, связывает волновую и геометрическую оптику.

2.4. Геометрический метод построения области размывания

Допустим, что из точечного источника нагревания \vec{r}_0 исходит пучок всевозможных лучей (экстремалей). Согласно приведенному выше определению волновой фронт представляет собой поверхность, точки которой достигаются лучами за одно и то же время.

В рамках предложенного метода поверхность волнового фронта в любой момент времени отождествляется с формирующейся поверхностью резервуара.

Пусть $\Gamma_{t_n}(\vec{r}_0)$ – гладкая поверхность волнового фронта в момент времени t_n . Фиксируем произвольную точку \vec{r} на поверхности $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t_n = const$. Тогда $\vec{\nabla}W(t_n)$ – нормаль к поверхности $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t_n = const$.

Согласно утверждению 2 нормаль к поверхности в произвольной точке \vec{r} пропорциональна вектору касательной к лучу, проходящему через эту точку. Поэтому, если вдоль направления нормали в точке \vec{r} отложить отрезок длиной $v_p(\vec{r})\Delta t$, то конец этого отрезка \vec{r}' будет также принадлежать лучу при малых Δt . Пусть теперь точка \vec{r} пробегает всю поверхность $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t_n = const$, тогда соответствующие точки \vec{r}' будут формировать некоторую поверхность. Очевидно, что все точки этой поверхности достигаются лучами за одно и то же время $t_n + \Delta t$. Следовательно, построенная поверхность является волновым фронтом $W(\vec{r}_0, \vec{r}') = t_n + \Delta t = const$ (см. рис. 2).

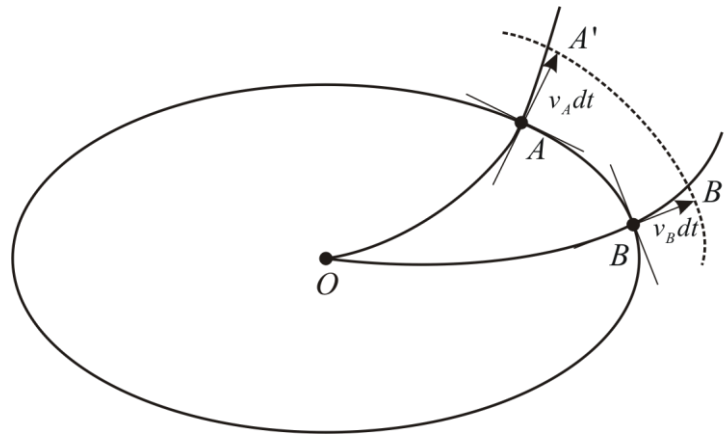


Рис. 2. Иллюстрация геометрического метода построения области размывания: замкнутый контур AB соответствует фронту размывания в момент времени t ; кривые OA и OB соответствуют лучам размывания, перпендикулярным фронту; замкнутый контур $A'B'$ соответствует фронту размывания в момент времени $t + \Delta t$

Пошаговая реализация этой процедуры позволяет последовательно рассчитывать эволюцию оптимальной формы конструируемого резервуара.

3. Результаты моделирования

В рамках предложенной модели процесс размывания грунта предполагается осесимметричным. Использование этой гипотезы позволяет характеризовать поверхность «фронта размывания» контуром, расположенным в вертикальной плоскости с координатами x, z .

Точки подвижного контура $\Gamma_t(\vec{r}_0)$ в различные моменты времени t будем рассматривать как лучи размывания, соответствующие вектор-функциям $\vec{r} = \vec{r}_\alpha(t)$, где α – внутренний параметр, характеризующий положение точки на контуре; t – время.

Заметим, что вектор-функция $\vec{r} = \vec{r}_\alpha(t)$ допускает скалярное представление $x = x_\alpha(t)$, $y = y_\alpha(t)$. При численной реализации контур $\Gamma_t(\vec{r}_0)$ покрывается узлами основной подвижной сетки S с постоянным числом узлов N .

Результаты численного моделирования представлены на рис. 3.

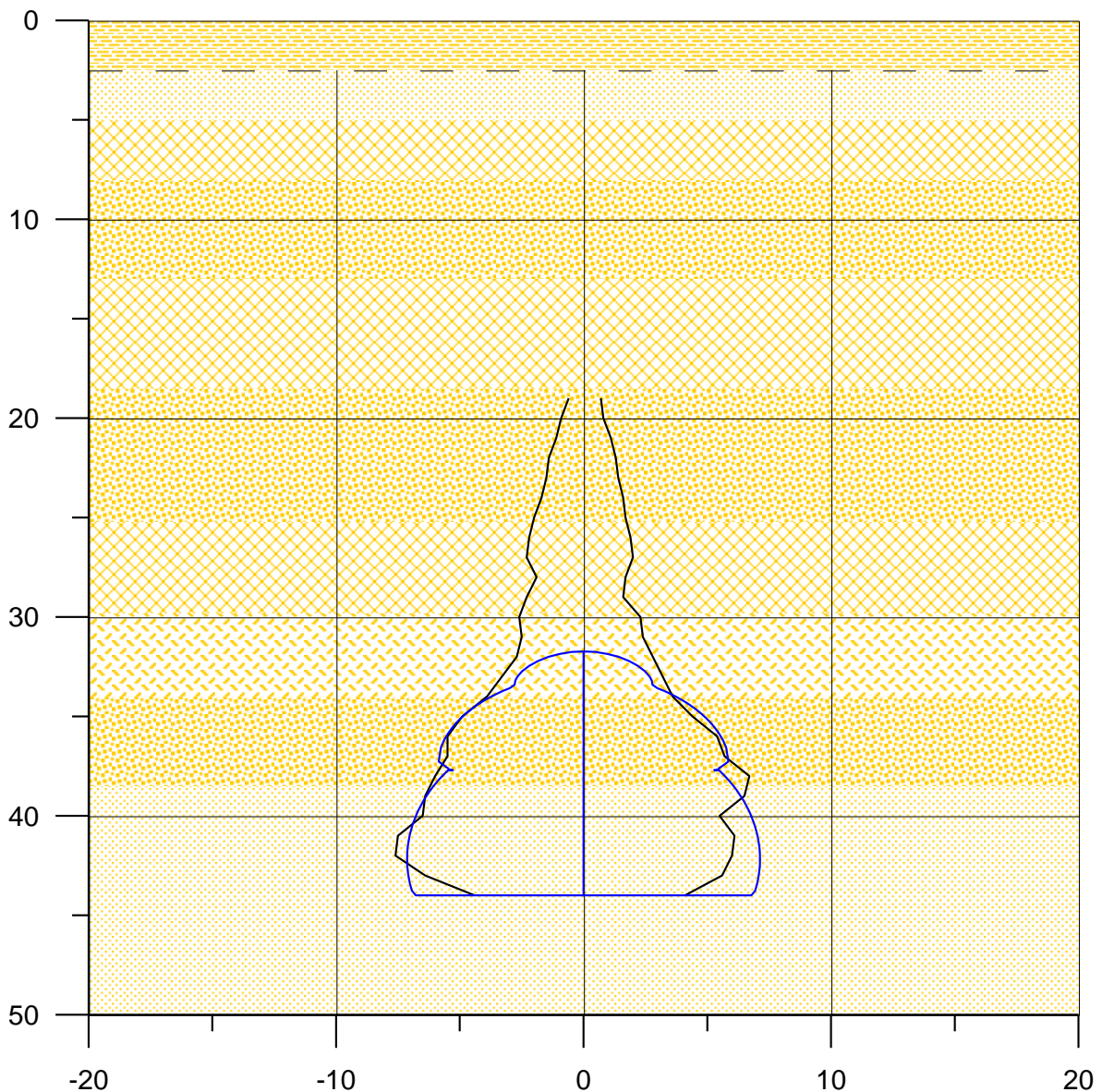


Рис. 3. Сопоставление контуров, полученных по данным звуколокации и численным методом: наблюдаемое вертикальное сечение резервуара изображено черной линией; контур, полученный по представленной лучевой методике, обозначен синей линией

Результаты расчетов убедительно демонстрируют возможность использования предложенного лучевого метода для компьютерного мониторинга процесса размывания грунта различной морфологии и естественно дополняют результаты «оптического» метода [2].

Статья написана в рамках выполнения государственного задания (тема «Энергетика, динамика и дегазация Земли, теоретические и экспериментальные основы инновационных сейсмоакустических технологий исследования геологической среды и контроля за объектами нефтегазодобычи», № АААА-А16-116021510125-7).

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксютин О.Е., Казарян В.А., Ишков А.Г., Хлопцов В.Г., Теплов М.К., Хрулев А.С., Савич О.А., Сурин С.Д. Строительство и эксплуатация резервуаров в многолетнемерзлых осадочных породах // М.-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2013. 432 с.

2. Вульфсон А.Н., Бородин О.О. О возможности использования методов геометрической оптики для расчета формы резервуара подземного газохранилища в мерзлых грунтах [Электронный ресурс] // Актуальные проблемы нефти и газа: Науч. сет. изд. 2016. Вып. 3(15). 12 с. – Режим доступа: <http://www.oilgasjournal.ru> (Дата обращения 21.05.2018).

3. Карпухин А.Н., Савич О.И., Сурин С.Д. Особенности процесса оттаивания многолетнемерзлых песков при скважинной гидродобыче на полуострове Ямал // Горный информационно–аналитический бюллетень. 2010. № 4. С. 365–377.

4. Хрулев А.С., Карпухин А.Н., Сурин С.Д. Обоснование параметров скважинной гидродобычи песка на полуострове Ямал // Горный информационно–аналитический бюллетень. 2011. № 8. С. 157–164.

5. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Изд-во «Мир». 1964, 428 с.