

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПОДЗЕМНОМ ПРОСТРАНСТВЕ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЯВНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

Б.Н. Четверушкин, А.А. Люпа, М.А. Трапезникова, Н.Г. Чурбанова  
Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН  
e-mail: mtrapez@yandex.ru, nataimamod@mail.ru

### 1. Введение

Разработка математических основ и программного обеспечения для моделирования сложных течений жидкости и газа в подземном пространстве является одной из актуальных проблем индустриальной математики. Исследования в этой области способствуют развитию и внедрению концепции интеллектуальных нефтегазовых месторождений. Интеллектуальное месторождение – это система автоматического управления процессами добычи нефти и газа, предусматривающая постоянную оптимизацию интегральной модели месторождения и модели управления добычей, реализующая интегральную информационную модель актива (производственного фонда) нефтедобывающих предприятий. Как подчеркивается в работе [1], на современном этапе происходит смена парадигмы освоения минерально-сырьевых ресурсов. Новая парадигма направлена на максимизацию полноты отдачи основных активов нефтегазовых компаний в режиме реального времени. Современная парадигма и концепция предполагают использование как инновационных технологий добычи, так и прогрессивных информационных технологий.

В настоящее время российские нефтяные компании в основном используют западные программные комплексы гидродинамического моделирования, но, несмотря на широкий функционал, ни один из них в полной мере не отвечает потребностям российского рынка. Некоторые отечественные компании разработали собственные гидродинамические симуляторы, такие как «Техсхема» (ОАО «Сургутнефтегаз»), программный комплекс «РН-КИМ» (ОАО «НК «Роснефть»). Известны также отечественные продукты TimeZYX, tNavigator (компания «Rock Flow Dynamics»). Поскольку на сегодняшний день проводить крупномасштабные расчеты невозможно без применения суперкомпьютеров, при разработке гидродинамических симуляторов особое внимание уделяется эффективной параллельной реализации. Анализ состояния исследований показывает, что оптимизация программ для запуска на кластерах с

графическими ускорителями по-прежнему остается проблемой, и указанные отечественные симуляторы данную проблему не решают. Имеющиеся разработки выполнены в традиционном русле и нацелены на адаптацию известных алгоритмов решения СЛАУ к многоядерным процессорам [2], что не обеспечивает максимального использования потенциала вычислительных систем сверхвысокой производительности.

Настоящая работа посвящена развитию оригинального кинетически-обоснованного подхода к моделированию процессов фильтрации, включающего математическую модель, построенную по аналогии с квазигазодинамической системой уравнений и допускающую реализацию явными численными методами [3, 4]. Интерес к алгоритмам явного типа объясняется несколькими причинами. Во-первых, такие алгоритмы хорошо масштабируются и обладают высокой эффективностью распараллеливания на современных суперкомпьютерах, в том числе, гибридной архитектуры. Во-вторых, при проведении с критической точностью расчетов ряда задач нефтедобычи, для которых существенен мелкий шаг по пространству (задачи с фронтами горения, фазовыми переходами и сложным видом функций относительных фазовых проницаемостей), явные схемы с точки зрения общего времени счета могут обеспечить преимущество по сравнению с неявными.

Моделирование течений в подземных горизонтах затрудняется тем, что эти течения существенно мультимасштабны из-за большого разброса физических величин и разнообразия физических процессов (конвекция, диффузия, фазовые переходы и химические реакции). Модели фильтрации и алгоритмы их численной реализации все еще нуждаются в совершенствовании для адекватного описания термо-гидро-механико-химических процессов с достаточной точностью при умеренных вычислительных затратах [5]. Особо следует отметить, что предсказательное моделирование должно отражать тепловые методы увеличения нефтеотдачи и оценивать эффективность теплового воздействия на пласт. Инновационные тепловые методы являются приоритетными при разработке месторождений, содержащих высоковязкую нефть [6, 7]. В связи с этим предлагаемая в настоящей статье математическая модель дополнена уравнением сохранения энергии, где учитывается зависимость от температуры физических параметров.

В перспективе представленные разработки могут способствовать решению таких важных задач, как сокращение времени на прогноз и оптимизацию процесса добычи

углеводородов за счет использования расширенных математических моделей и полного потенциала высокопроизводительных вычислительных комплексов, увеличение скорости принятия экономико-технологических решений в процессе управления разработкой; внедрение перспективных экспериментальных технологий повышения нефтеотдачи.

## **2. Математическая модель неизотермической многофазной фильтрации**

Среди современных методов вычислительной гидро- и газодинамики популярными являются кинетические алгоритмы, такие как Lattice Boltzmann схемы [8] и кинетически-согласованные разностные схемы (КСРС) [9]. В основе КСРС и родственной им квазигазодинамической (КГД) системы уравнений лежит принцип минимальных размеров, который состоит в том, что при численном решении ряда задач механики сплошной среды нет смысла рассматривать масштабы, меньшие некоторого характерного минимального размера [10]. Для газовой динамики, например, таким размером является длина свободного пробега молекулы. Для задач фильтрации минимальный масштаб по пространству  $l$  – это масштаб осреднения, на котором несущественна микроструктура фильтрующей породы. Существует также понятие минимального характерного масштаба по времени  $\tau$ : в газовой динамике – это временной интервал между столкновением молекул, а в теории фильтрации этот параметр может быть интерпретирован как время установления внутреннего равновесия в объеме с характерным размером  $l$ .

В работе [3] впервые была предложена математическая модель фильтрации сжимаемой жидкости, построенная по аналогии с КГД системой уравнений с учетом принципа минимальных размеров. Уравнение неразрывности классической модели фильтрации [11, 12] было модифицировано и приобрело дополнительный диссипативный член (регуляризатор), что дало новые вычислительные возможности, в частности позволило использовать явную схему с центральными разностями для аппроксимации конвективных членов этого уравнения. С целью разработки логически простых и достаточно устойчивых алгоритмов модель получила дальнейшее развитие [4, 13, 14]. Тип уравнения неразрывности был изменен с параболического на гиперболический, за счет чего повысилась устойчивость соответствующей явной разностной схемы.

Интерес представляет обобщение предложенной модели на случай неизотермической многофазной фильтрации. Такая модель может быть использована для численного анализа современных технологий добычи высоковязкой нефти, основанных на

применении тепловых методов повышения нефтеотдачи пластов (закачка в пласт различных теплоносителей – горячей воды, пара).

Выпишем полученную систему уравнений. Исследуемая система включает три подвижные фазы, обозначенные индексом  $\alpha$  ( $\alpha$  принимает значения:  $w$  – жидкая водная фаза,  $n$  – жидкая углеводородная фаза, например нефть,  $g$  – газовая фаза), а также неподвижную твердую фазу, обозначенную индексом  $r$  (пористый скелет). Считаем пористую среду недеформируемой изотропной, подвижные фазы – слабосжимаемыми, несмешивающимися и невзаимодействующими, газ – идеальным, скелет – несжимаемым.

$$\varphi \frac{\partial(\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2(\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t^2} + \operatorname{div}(\rho_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = q_\alpha + \operatorname{div} \frac{l c_\alpha}{2} \operatorname{grad}(\rho_\alpha S_\alpha), \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_\alpha = -K \frac{k_\alpha}{\mu_\alpha} (\operatorname{grad} P_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varphi \sum_\alpha \rho_\alpha S_\alpha E_\alpha + (1-\varphi) \rho_r E_r \right] + \operatorname{div} \left( \sum_\alpha \rho_\alpha H_\alpha \mathbf{u}_\alpha \right) = \\ = \operatorname{div} \lambda_{eff} \operatorname{grad} T + \sum_\alpha \operatorname{div} \frac{l c_\alpha}{2} \rho_\alpha \operatorname{grad} T, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\rho_g = \rho_{0g} \frac{P_g}{P_{0g}} \frac{T_0}{T}, \quad \rho_\alpha = \rho_{0\alpha} [1 + \beta_\alpha (P_\alpha - P_{0\alpha}) - \eta_\alpha (T - T_0)], \quad \alpha = w, n, \quad (4)$$

$$\sum_\alpha S_\alpha = 1. \quad (5)$$

Здесь  $S_\alpha$  – насыщенность,  $P_\alpha$  – давление,  $\rho_\alpha$  – плотность,  $\mathbf{u}_\alpha$  – скорость фильтрации,  $T$  – температура (одинаковая для всех фаз),  $E_\alpha$  – внутренняя энергия,  $H_\alpha$  – энтальпия,  $q_\alpha$  – источник флюида,  $\varphi$  – пористость породы,  $K$  – абсолютная проницаемость,  $k_\alpha$  – относительная фазовая проницаемость,  $\mu_\alpha$  – динамическая вязкость,  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения,  $l$  – минимальный масштаб по пространству,  $\tau$  – минимальный масштаб по времени,  $c_\alpha$  – скорость звука,  $\lambda_{eff}$  – эффективный коэффициент

теплопроводности,  $\beta_\alpha$  – коэффициент изотермической сжимаемости жидкости,  $\eta_\alpha$  – коэффициент теплового расширения, константы  $\rho_{0\alpha}$ ,  $P_{0\alpha}$  и  $T_0$  – характерные значения соответствующих величин. Плотность породы  $\rho_r$  считается постоянной.

Система содержит: модифицированное уравнение неразрывности (1) и обобщенный закон Дарси (2) для каждой подвижной фазы, единое для всей системы уравнение сохранения энергии (3) (оно модифицировано по аналогии с КГД системой, так же как и уравнения неразрывности), уравнения состояния (4), замыкающее соотношение (5).

Уравнение (3) включает эффективный коэффициент теплопроводности:

$$\lambda_{eff} = \varphi \sum_{\alpha} S_{\alpha} \lambda_{\alpha} + (1 - \varphi) \lambda_r. \quad (6)$$

Энтальпия (в том числе энтальпия твердой фазы) вычисляется следующим образом:

$$H_{\alpha} = H_{\alpha 0} + \int_{T_0}^T C_{P\alpha}(T) dT, \quad (7)$$

где  $C_{P\alpha}$  – теплоемкость вещества при постоянном давлении.

Связь между внутренней энергией и энтальпией имеет вид:

$$E_{\alpha} = H_{\alpha} - \frac{P_{\alpha}}{\rho_{\alpha}}, \quad E_r = H_r. \quad (8)$$

Зависимости от температуры коэффициентов теплопроводности  $\lambda_{\alpha}(T)$ , теплоемкостей  $C_{P\alpha}(T)$  и динамических вязкостей  $\mu_{\alpha}(T)$  находятся эмпирически.

Приведенная модель учитывает влияние капиллярных сил. В некоторых задачах фильтрации, например при малых размерах области фильтрации и малых скоростях, капиллярные силы могут быть сравнимы с внешним перепадом давления, и их действием пренебречь нельзя. При решении системы уравнений фильтрации капиллярные давления и относительные фазовые проницаемости (ОФП) считаются заданными функциями насыщенностей. В данной работе для описания капиллярных давлений в случае трехфазного течения жидкости выбрана приближенная модель Паркера [15]:

$$\begin{aligned}
P_n - P_w = P_{cnw}(S_w) &= \frac{1}{\gamma\delta_{nw}} [(S_{we})^{\frac{N}{1-N}} - 1]^{\frac{1}{N}}, \\
P_g - P_n = P_{cgn}(S_g) &= \frac{1}{\gamma\delta_{gn}} [(1 - S_{ge})^{\frac{N}{1-N}} - 1]^{\frac{1}{N}},
\end{aligned} \tag{9}$$

где  $P_{cnw}$  – капиллярное давление на границе вода–нефть, а  $P_{cgn}$  – капиллярное давление на границе нефть–газ,  $\gamma$  и  $N$  – параметры из соответствующего приближения Ван Генухтена для капиллярного давления в случае двухфазной системы вода–газ,  $\delta_{nw}$  и  $\delta_{gn}$  – известные коэффициенты поверхностного натяжения жидкостей. Эффективная насыщенность  $S_{ae}$  с учетом остаточных насыщенностей  $S_{ar}$  определяется следующим образом:

$$S_{ae} = \frac{S_a - S_{ar}}{1 - \sum_{\alpha} S_{ar}}. \tag{10}$$

ОФП для трехфазного течения определяются в данной работе в соответствии с приближением Стоуна [11, 16]:

$$\begin{aligned}
k_w(S_w) &= S_{we}^{\frac{1}{2}} [1 - (1 - S_{we}^{\frac{N}{N-1}})^{\frac{N-1}{N}}]^2, \\
k_n(S_w, S_n) &= \frac{S_{ne} k_{nw}(S_w) k_{ng}(S_n)}{(1 - S_{we})(S_{we} + S_{ne})}, \\
k_g(S_g) &= S_{ge}^{\frac{1}{2}} [1 - (1 - S_{ge}^{\frac{N}{N-1}})^{\frac{2(N-1)}{N}}].
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь используется эффективная насыщенность (10) и следующие выражения:

$$k_{nw}(S_w) = (1 - S_{we})^{\frac{1}{2}} \left( 1 - S_{we}^{\frac{N}{N-1}} \right)^{\frac{2(N-1)}{N}}, \quad k_{ng}(S_n) = S_{ne}^{\frac{1}{2}} \left( 1 - \left( 1 - S_{ne}^{\frac{N}{N-1}} \right)^{\frac{(N-1)}{N}} \right)^2. \tag{12}$$

### 3. Вычислительный алгоритм явного типа

Представленная модель может быть реализована численно с помощью алгоритма явного типа. Будем искать решения в прямоугольных областях, покрытых

неразнесенными ортогональными расчетными сетками. В качестве основных искомым функций выберем давление воды  $P_w$ , водонасыщенность  $S_w$ , нефтенасыщенность  $S_n$ , газонасыщенность  $S_g$  и температуру  $T$ , для которых зададим начальные и граничные условия.

На каждом шаге по времени вычисляются:

1) давления нефти  $P_n$  и газа  $P_g$  через давление воды  $P_w$  и капиллярные давления (9);

2) плотности фаз  $\rho_\alpha$  из уравнений состояния (4);

3) скорости фильтрации фаз на основании закона Дарси (2) независимо по всем измерениям, предварительно определяются ОФП (11)–(12) и динамические вязкости фаз (из эмпирических соотношений);

4) произведение  $\rho_\alpha S_\alpha$  для всех фаз на следующем шаге по времени с помощью трехслойной явной разностной схемы, аппроксимирующей уравнения неразрывности (1), при этом используются центральные разности для аппроксимации конвективных членов;

5) коэффициенты теплопроводности и значения теплоемкостей фаз (из эмпирических соотношений), эффективный коэффициент теплопроводности (6), а также энтальпия (7);

б) внутренняя энергия, а именно

$$E = \varphi \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} S_{\alpha} E_{\alpha} + (1 - \varphi) \rho_r E_r, \quad (13)$$

на следующем шаге по времени из уравнения (3) явным численным методом;

7) основные искомые функции на следующем шаге по времени с помощью решения локально в каждой расчетной точке системы нелинейных алгебраических уравнений методом Ньютона.

Уравнения этой системы могут быть получены на основе уравнений состояния (4), замыкающего соотношения (5) и выражения для внутренней энергии (13) с учетом (8). При решении тестовых задач было установлено, что достаточно выполнять не более семи итераций метода Ньютона.

Многопроцессорная реализация алгоритма основана на принципе геометрического параллелизма. Расчетная область разбивается на подобласти. В зависимости от размерности задачи, априорных оценок общего времени счета и количества доступных

процессоров разбиение осуществляется в одном, двух или трех направлениях в соответствии с алгоритмом оптимального распределения расчетной области по процессорам [17]. Счет в подобластях происходит одновременно на разных процессорах – на ядрах многоядерных центральных процессоров (CPU) или на графических платах (GPU). На внутренних границах подобластей выполняются обмены данными, при этом данные объединяются в крупные блоки так, что на каждом слое по времени выполняется одна операция двустороннего обмена. Итерации метода Ньютона обменов не требуют. При расчетах на GPU также осуществляется загрузка данных из оперативной памяти узла вычислительной системы в собственную память GPU и обратно.

Комплекс программ, в основу которого положен разработанный вычислительный алгоритм, написан на языке C++ с использованием библиотек параллельного программирования MPI, CUDA и SHMEM, может функционировать под операционными системами Windows и Linux и обеспечивает проведение расчетов на персональном компьютере (с использованием CPU или GPU), на традиционных MPI-кластерах, а также на кластерах с гибридной архитектурой. Логическая простота алгоритма гарантирует высокую эффективность многопроцессорной реализации.

#### 4. Верификация модели и алгоритма с помощью тестовых расчетов

Для тестирования предложенных модели и алгоритма рассмотрим задачу, подробно исследованную в работе [18]; ее постановку иллюстрирует рис. 1.

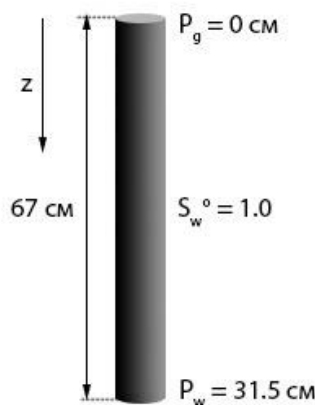


Рис. 1. Постановка задачи дренажа

Имеется трубка длиной 67 см, диаметром 2 см, заполненная полностью водонасыщенной пористой средой (мокрым песком). Моделируется процесс двухфазного просачивания (дренаж): вода под действием силы тяжести движется вниз и вытекает из



трубки, сверху в трубку поступает воздух. Источники отсутствуют, накачки жидкостей не происходит. В начальный момент для давления воды в трубке зададим гидростатическое распределение, давление воздуха будем считать равным давлению воды. Верхняя граница открыта, и давление воздуха на ней в ходе всего вычислительного эксперимента равно атмосферному давлению, а для воды ставится условие непротекания. На нижней границе, наоборот, задано постоянное давление воды, чтобы обеспечить ее вытекание, а условие непротекания ставится для воздуха.

Поскольку трубка тонкая, задача решается в одномерной постановке. Модель и алгоритм упрощаются. Температура считается постоянной, таким образом, уравнение энергии исключается из системы, зависимость физических параметров от температуры не учитывается. Остается одно капиллярное давление – классическое приближение Ван Генухтена для двухфазной системы вода–газ [11, 16, 18]. Используются ОФП для водной и газовой фаз в соответствии с (11) (нефтяная фаза исключается). Значения всех параметров взяты из книги [18], среда считается однородной. В качестве основных искомым функций в алгоритме выберем давление воздуха  $P_g$  и водонасыщенность  $S_w$ .

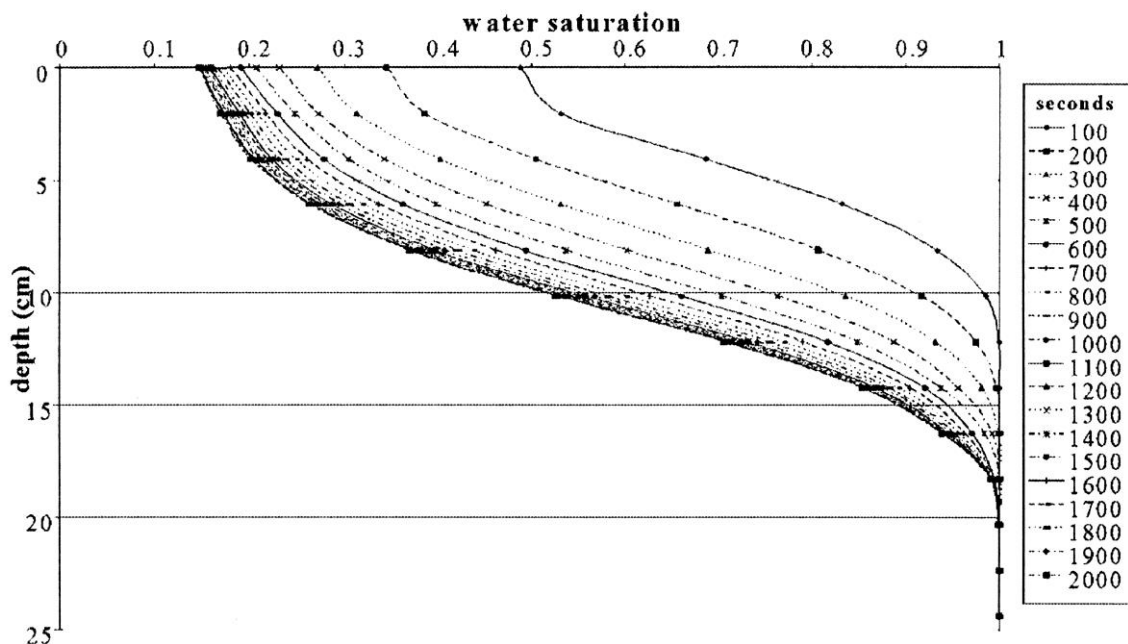


Рис. 2. Распределение водонасыщенности по глубине на разные моменты времени для задачи дренажа (эталон для сравнения [18])

Рис. 2 взят из книги [18]: для рассматриваемой задачи представлено распределение водонасыщенности по глубине в определенные моменты времени. Авторы указывают, что эти результаты получены численно с помощью программы NAPL Simulator (в свободном

доступе, URL адрес: <https://www.epa.gov/water-research/non-aqueous-phase-liquid-napl-simulator>). Результаты расчетов, полученные на основе предложенного в настоящей статье подхода, представлены на рис. 3. Сравнение показывает хорошее согласование результатов, что свидетельствует об адекватности разработанного подхода.

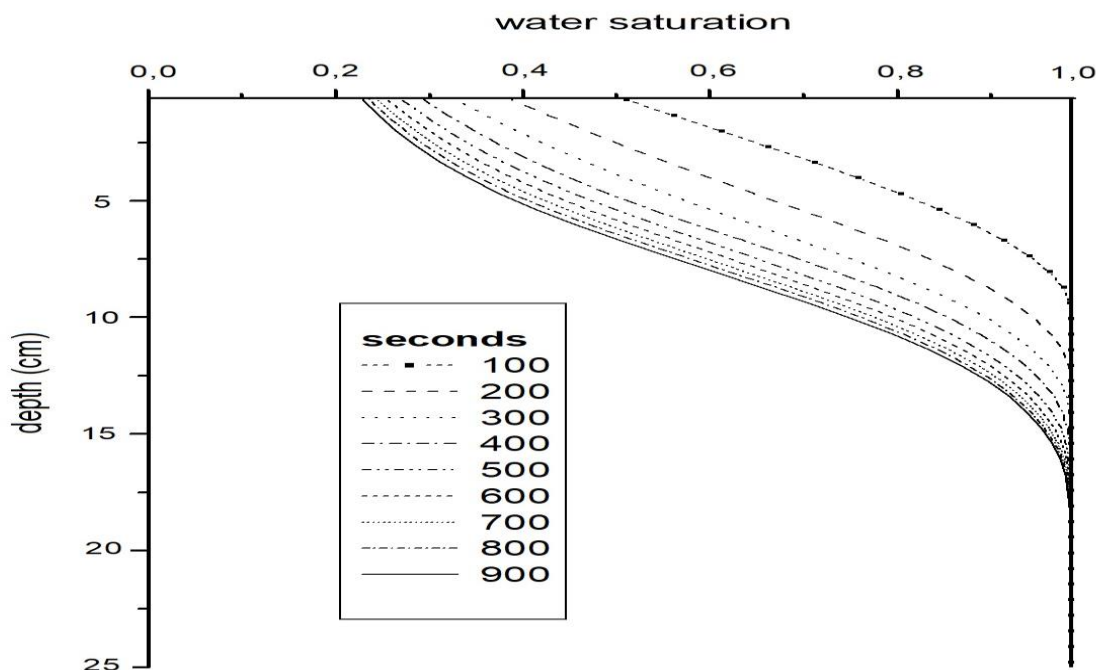


Рис. 3. Распределение водонасыщенности по глубине на разные моменты времени для задачи дренажа (результаты расчетов авторов статьи)

## 5. Расчеты задач нефтедобычи

### *Задача о вытеснении нефти водой*

Одним из традиционных вторичных методов добычи нефти без применения тепловых эффектов является метод заводнения пласта: через нагнетательные скважины в пласт закачивается вода, а нефть извлекается через добывающие скважины, в пласте поддерживается постоянное высокое давление и обеспечивается достаточно высокий дебит добывающих скважин. Совместное течение воды и нефти является примером двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей, и хотя описываемый метод добычи нефти в настоящее время утрачивает свою актуальность, тем не менее, эта модельная задача широко используется для верификации алгоритмов решения задач фильтрации [16].

Как и в случае тестовой задачи из раздела 4, математическая модель и соответствующий алгоритм упрощаются: процесс изотермический, присутствуют две фазы – вода и нефть (в предыдущем тесте были вода и газ). Поскольку капиллярное давление мало по сравнению с давлением на скважинах, в данной задаче им можно пренебречь, поэтому будем считать давления в фазах одинаковыми.

ОФП вычисляются по следующим формулам:

$$k_w(S_w) = \begin{cases} S_{ew}^2, & S_w \leq S_1 \\ 0.8 \cdot S_{ew}^{1/2}, & S_w > S_1 \end{cases}, \quad k_n(S_w) = (1 - S_{ew})^2, \quad S_1 = 0.7 \quad (14)$$

Нефтеносный пласт предполагается тонким, так что все величины могут быть осреднены по вертикальному направлению, и задача решается в двумерной постановке. Будем считать, что область нефтедобычи покрыта равномерной сетью нагнетательных и добывающих скважин. Схема их расположения изображена на рис. 4, где кружками обозначены нефтедобывающие скважины, треугольником – водонагнетательная скважина, заштрихован элемент симметрии.

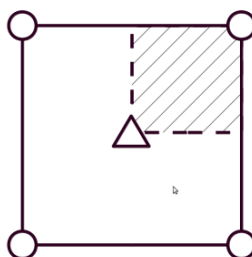


Рис. 4. Пятиточечный шаблон расположения скважин

Расчетной областью является квадрат со сторонами 150 метров, обозначенный на рис. 4 как элемент симметрии, в нижнем левом и верхнем правом углах располагаются скважины. В математической модели скважины реализованы в виде точечных источников – стоков.

По проницаемости пористая среда может быть сильно неоднородной. Расчеты проводились для поля абсолютной проницаемости, изменяющейся в пределах  $10^{-8}$  (белый цвет) –  $10^{-12}$  (черный цвет)  $m^2$  (рис. 5), для которого проводились расчеты. Пористость считается постоянной. Заданы дебиты скважин ( $300 m^3/сут$ ). В начальный момент времени значение водонасыщенности во всей области равно остаточной водонасыщенности, давление, общее для обеих фаз, равно атмосферному.

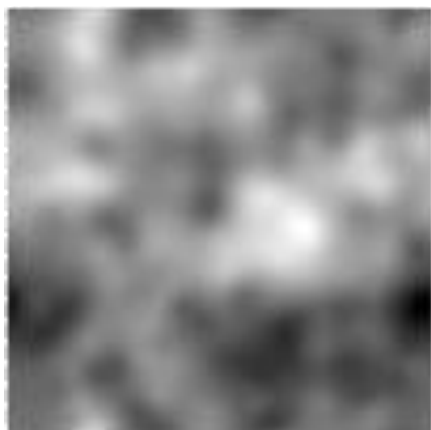


Рис. 5. Поле абсолютной проницаемости

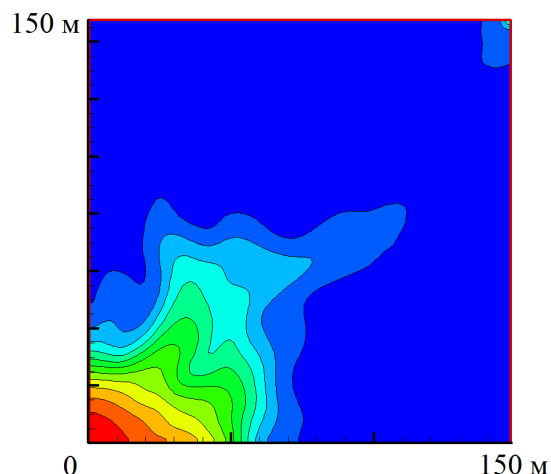


Рис. 6. Эволюция поля водонасыщенности

На рис. 6 приведено поле водонасыщенности на некоторый момент времени. Максимальное значение водонасыщенности задается на нагнетательной скважине, фронт имеет сложную форму. Полученные результаты соответствуют аналогичным расчетам, проведенным по классическим методикам, в частности IMPES-методом [19].

*Модельная задача Сообщества инженеров-нефтяников SPE10 (SPE Comparative Solution Projects)*

Проект SPE10 [20, 21] предлагает образцы данных для сравнения точности и производительности различных вычислительных методик и симуляторов. Постановка задачи аналогична предыдущей, однако расчетная область является трехмерной. Абсолютная проницаемость анизотропна и изменяется на 4 порядка, пористость неоднородна. Как и в предыдущей задаче, рассматривается процесс напорной фильтрации двухфазной жидкости (вода–нефть). Совершенные скважины располагаются в центре моделируемого образца (нагнетательная) и по четырем вертикальным ребрам (добывающие). Расчетная сетка равномерная ортогональная, состоит из  $1,122 \times 10^6$  ячеек.

При расчетах были получены поля нефтенасыщенности, которые хорошо согласуются с результатами, приведенными в работе [21].

Для оценки ускорения вычислений за счет использования графических процессоров гибридного суперкомпьютера К-100 [22], установленного в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, расчетная сетка была значительно увеличена по сравнению с исходной постановкой задачи SPE10, расчеты проводились с двойной точностью.

На сетке **15 миллионов ячеек** ускорение составило:

- на одном GPU по сравнению с одним ядром CPU – в **97 раз**,
- на одном GPU по сравнению с шестиядерным CPU – в **18 раз**.

На сетке **1.5 миллиарда ячеек** ускорение составило:

- на 100 GPU по сравнению со 100 ядрами CPU – в **87 раз**.

В последнем случае были задействованы устройства из различных узлов суперкомпьютера. Достигнутые ускорения являются чрезвычайно высокими.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что, несмотря на сложности использования графических процессоров для решения задач математической физики, специально разработанные модели, алгоритмы и программное обеспечение позволяют эффективно проводить крупномасштабные расчеты процессов добычи углеводородов на гибридных вычислительных системах сверхвысокой производительности.

### **6. 3D задача трехфазного просачивания с источником на границе**

С целью апробации полной математической модели неизотермической трехфазной фильтрации и соответствующего алгоритма была численно исследована следующая задача просачивания жидкости под действием силы тяжести. Рассматривалась область пористой среды, имеющая форму куба: верхняя поверхность открыта, нижняя – непроницаема, через боковые грани может происходить просачивание. В начальный момент по всей области задана остаточная водонасыщенность, для нефти и газа задано периодическое распределение, давление воды равно атмосферному, температура 285 К. На верхней грани расположен источник горячей воды (температура 320 К), который занимает девятую часть поверхности. Для большей наглядности ускорение свободного падения положено равным  $98 \text{ м/с}^2$ .

Результаты расчетов изображены на рис. 7–16: приведены распределения давления воды ( $P_w$ ), температуры и насыщенностей трех фаз ( $S_w$ ,  $S_n$  и  $S_g$ ) на два различных момента времени (200 с и 2000 с). Можно видеть, что фронты от источника распространяются по области, фронт температуры отличается от фронтов насыщенностей, около нижней грани происходит накопление воды, вода постепенно вытесняет нефть и газ через боковые и верхнюю грани. Таким образом, получена физически корректная динамика неизотермического процесса просачивания.

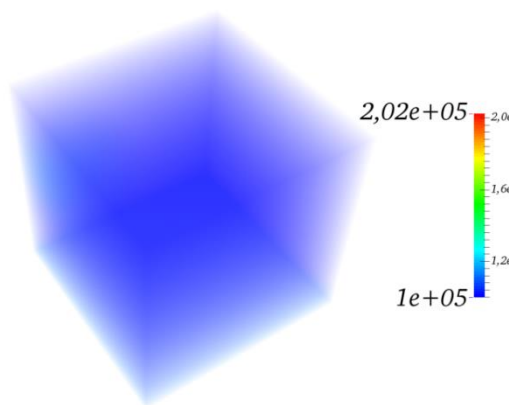


Рис. 7. Давление  $P_w$ ,  $t = 200$  с

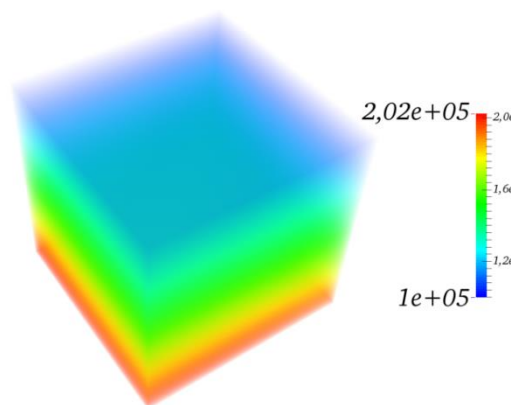


Рис. 8. Давление  $P_w$ ,  $t = 2000$  с

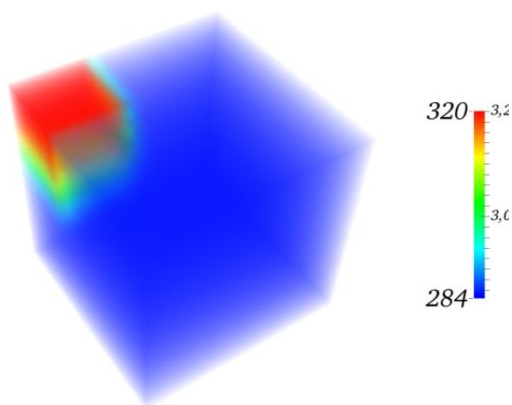


Рис. 9. Температура,  $t = 200$  с

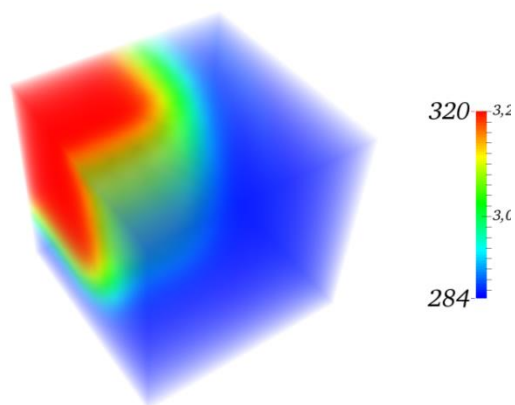


Рис. 10. Температура,  $t = 2000$  с

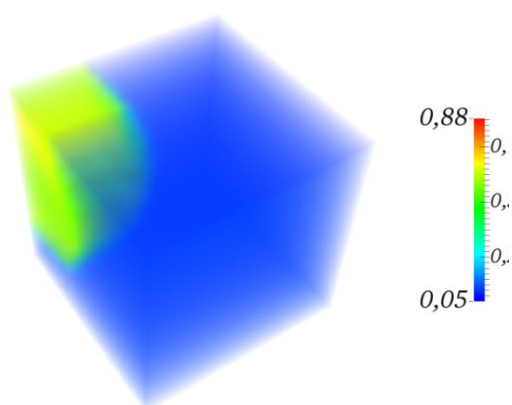


Рис. 11. Насыщенность  $S_w$ ,  $t = 200$  с

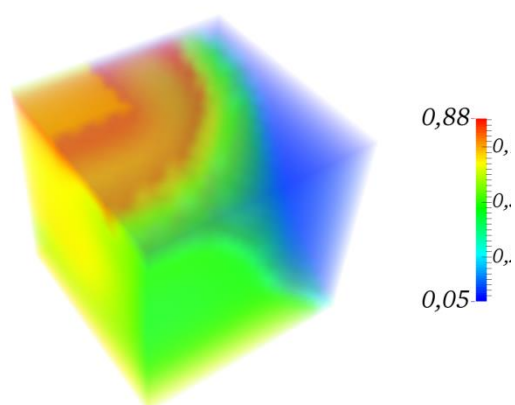


Рис. 12. Насыщенность  $S_w$ ,  $t = 2000$  с

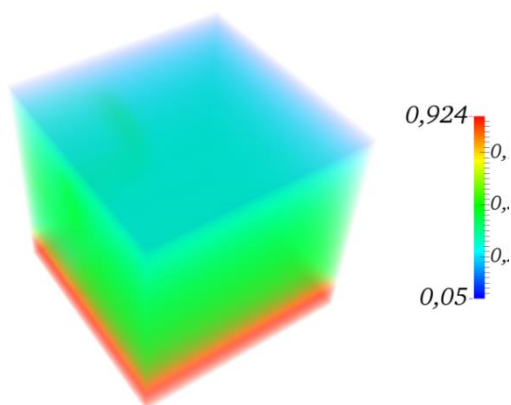


Рис. 13. Насыщенность  $S_n$ ,  $t = 200$  с

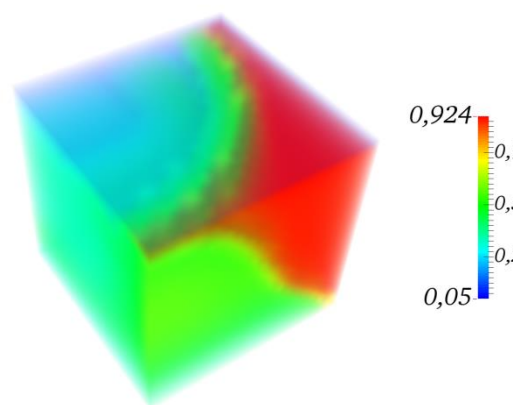


Рис. 14. Насыщенность  $S_n$ ,  $t = 2000$  с

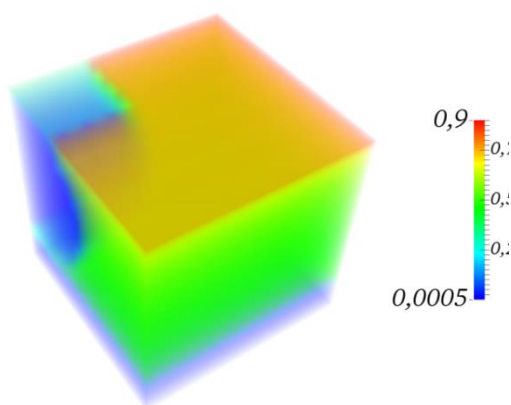


Рис. 15. Насыщенность  $S_g$ ,  $t = 200$  с

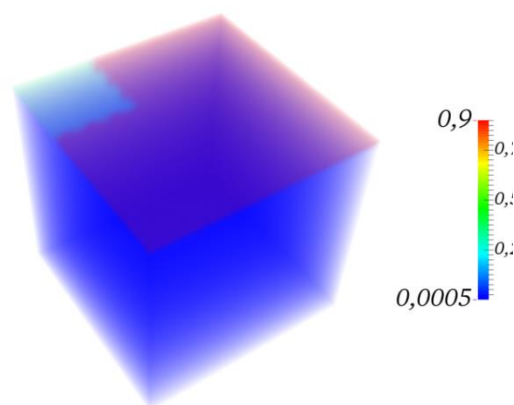


Рис. 16. Насыщенность  $S_g$ ,  $t = 2000$  с

## 7. Заключение

Представленные в работе исследования имеют практическую ценность и могут найти применение в научных и инженерно-технических разработках в нефтегазовой отрасли. Оригинальный подход к моделированию течений в пористых средах предполагается использовать для решения прикладных задач добычи углеводородов, в том числе слабоподвижной нефти, вязкость которой существенно зависит от температуры. При решении таких задач необходимо учитывать межфазный массообмен, поэтому построенная по аналогии с КГД системой модель получит дальнейшее развитие с целью адекватного описания многокомпонентного состава фаз [23]. Предложенный алгоритм явного типа эффективно адаптируется к современным вычислительным системам сверхвысокой производительности, что дает возможность проводить гидродинамические расчеты на подробных сетках с критической точностью за разумное время.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-29-15095-офи\_м, 15-01-03445-а, 15-01-03654-а).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Дмитриевский А.Н., Еремин Н.А.* Современная НТР и смена парадигмы освоения углеводородных ресурсов // Пробл. экономики и управления нефтегазовым комплексом. 2015. № 6. С. 10–16.
2. *Киреев С.Е.* Оптимизация для кластера с ускорителями XEON PHI задачи фильтрации водо-нефтяной смеси через эластичную пористую среду // Вычислит. методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2015. Т. 16, № 2. С. 177–186.
3. *Трапезникова М.А., Белоцерковская М.С., Четверушкин Б.Н.* Аналог кинетически-согласованных схем для моделирования задачи фильтрации // Мат. моделирование. 2002. Т. 14, № 10. С. 69–76.
4. *Четверушкин Б.Н., Морозов Д.Н., Трапезникова М.А., Чурбанова Н.Г., Шильников Е.В.* Об одной схеме для решения задач фильтрации // Мат. моделирование. 2010. Т. 22, № 4. С. 99–109.
5. Thermo-hydro-mechanical-chemical processes in fractured porous media: modelling and benchmarking. Benchmarking initiatives / O. Kolditz et al. (Eds.). Springer, 2016.
6. *Бычков А.Ю., Калмыков Г.А., Бугаев И.А., Калмыков А.Г., Козлова Е.В.* Экспериментальные исследования получения углеводородных флюидов из пород Баженовской свиты при гидротермальном воздействии // Вест. МГУ. Сер. Геология. 2015. № 4. С. 34–39.
7. *Хафизов Р.И.* Применение тепловых технологий разработки высоковязкой нефти Татарстана // Учен. зап. Альметьев. гос. нефт. ин-та. 2015. Т. 13, № 1. С. 163–168.
8. *Succi S.* The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond. Oxford: Clarendon Press, 2001. 264 p.
9. *Четверушкин Б.Н.* Кинетически-согласованные схемы в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1999. 226 с.
10. *Четверушкин Б.Н.* К вопросу об ограничении снизу на масштабы в механике сплошной среды // Время, хаос, математические проблемы. М.: Изд-во МГУ. 2009. Вып.4. С. 75–96.
11. *Азиз Х., Сеттари Э.* Математическое моделирование пластовых систем. – М.: Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2004. 416 с.



12. *Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М.* Подземная гидромеханика: учеб. для вузов. М.-Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2005. 495 с.
13. *Морозов Д.Н., Трапезникова М.А., Четверушкин Б.Н., Чурбанова Н.Г.* Использование явных схем для моделирования процесса двухфазной фильтрации // *Мат. моделирование*. 2011. Т. 23, № 7. С. 52–60.
14. *Chetverushkin B.N., Churbanova N.G., Kuleshov A.A., Lyupa A.A., Trapeznikova M.A.* Application of kinetic approach to porous medium flow simulation in environmental hydrology problems on high-performance computing systems // *RJNAMM*. 2016. Vol. 31, No. 4. P. 187–196.
15. *Parker J.C., Lenhard R.J., Kuppusami T.* A parametric model for constitutive properties governing multiphase flow in porous media // *Water Resources Research*. 1987. Vol. 23, No. 4. P. 618–624.
16. *Helmig R.* Multiphase flow and transport processes in the subsurface: A contribution to the modeling of hydrosystems. Springer, 1997. 367 p.
17. *Trapeznikova M., Churbanova N., Lyupa A., Morozov D.* Simulation of multiphase flows in the subsurface on GPU-based supercomputers // *Parallel Computing: Accelerating Computational Sci. and Eng., Advances in Parallel Comput.* / M. Bader et al. (Eds.). Amsterdam: IOS Press, 2014. Vol. 25. P. 324–333.
18. *Pinder G.F., Gray W.G.* Essentials of multiphase flow and transport in porous media. John Wiley & Sons, 2008. 272 p.
19. *Chetverushkin B.N., Churbanova N.G., Trapeznikova M.A., Sukhinov A.A., Malinovskij A.A.* Adaptive Cartesian mesh refinement for simulating multiphase flows in porous media // *Computat. Methods in Appl. Math.* 2008. Vol. 8, No. 2. P. 101–115.
20. Web site for the 10<sup>th</sup> SPE Comparative Solution Project – URL адрес: <http://www.spe.org/csp/>
21. *Christie M.A., Blunt M.J.* Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques // Paper SPE 66599 prepared for presentation at the SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, Texas, USA, 11–14 February 2001. 13 p.
22. K-100. URL адрес: <http://www.kiam.ru/>
23. *Chen Z.* Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery. – SIAM, Philadelphia, 2007. 219 p.