# ПЕРЕХОД К УПРУГОМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ В ЗАДАЧАХ ПОСТРОЕНИЯ МИГРАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕД

А.С. Бугаёв, И.Б. Петров, В.И. Голубев, О.Я. Войнов, А.В. Фаворская Московский физико-технический институт (государственный университет) e-mail: w.golubev@mail.ru, voinov@phystech.edu

#### Введение

Основной целью сейсмической разведки является создание достоверной модели подповерхностного пространства. В настоящее время данный метод является стандартом при поиске и разведке месторождений полезных ископаемых нефти и газа. Одна из задач, решаемых в ходе обработки полевых сейсмических данных, называется миграцией, и результатом ее решения являются положения отражающих горизонтов. На основе получаемой информации может быть успешно проведена оценка запасов месторождения, оптимально спланирована схема его разработки.

Одним из основателей теории миграции считается Джон Клербо с классическими работами [1, 2]. За прошедшие 50 лет данная область получила значительное развитие, разработано множество методов и алгоритмов для построения миграционных изображений геологических сред. К ним относятся, например, интегральный метод Кирхгофа [3], метод Борна [4], технология обратной временной миграции (RTM) [5].

При проведении морской сейсморазведки источники и приемники располагаются в воде, что обусловливает адекватное описание процесса распространения сейсмических волн с использованием акустического приближения. Однако, ввиду того, что в геологическом массиве распространяются не только Р-волны, но и S-волны, в общем случае корректнее использовать полноволновое упругое приближение. В ходе развития построения миграционных изображений различных подходов для изначально использовалось лишь акустическое приближение, что объясняется отсутствием в то время вычислительных систем, способных проводить полные расчеты. В настоящее время, в связи с бурным развитием кластерных технологий и высокопроизводительных вычислительных систем. появилась возможность усложнения используемых математических моделей. Например, в работе [6] предложено отдельно вычислять миграционные изображения для каждого типа объемных волн P-P, P-S, S-P, SS. В работе [7] метод Кирхгофа обобщен и распространен с акустического на упругий случай. Работа [8] является показательным примером расширения алгоритма RTM на упругий случай.

1

В настоящей работе представлены два метода, позволяющие проводить построение миграционных изображений в упругом приближении. Первый из них основан на обобщении приближения Борна и справедлив лишь для однородной фоновой модели среды. Второй метод основан на численном решении системы уравнений линейной упругости сеточно-характеристическим методом [9, 10] с последующим расчетом ядра импеданса или ядра плотности в качестве условия визуализации [8]. Он позволяет использовать фоновые модели среды произвольной сложности.

#### Метод Борна для упругой среды

В приближении Борна для фоновой модели, представляющей собой однородное полупространство со свободной границей  $\{(x \ y \ z), z \ge 0\}$ , точечного источника возмущений плотности силы с постоянной поляризацией  $\mathbf{f}^{\mathbf{e}}(\mathbf{r},t) = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)f''(t)\mathbf{f}$ , временная зависимость которого удовлетворяет свойству  $[f(t'-t) - f'(t'-t)t] |_{t=+\infty}^0 = f(t')$ , и полевых сейсмограмм скорости **d**, записанных в точках *S* в моменты времени *T*, миграционное изображение среды может быть построено с использованием выражения [11]:

$$\Delta c_{\beta,\text{migr}}^{2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\rho(\mathbf{r}_{s})} \sum_{\alpha} \int_{S} \int_{T} \mathbf{d}(\mathbf{r}_{r}, t) \cdot \mathbf{D}_{\alpha}^{r} \left\{ \mathbf{D}_{\beta}^{s}(\boldsymbol{\varphi}_{11} + \boldsymbol{\varphi}_{12}) + \mathbf{D}_{\beta}^{\underline{s}}(\boldsymbol{\varphi}_{21} + \boldsymbol{\varphi}_{22}) \right\} dt dS,$$
$$\boldsymbol{\varphi}_{ij} = (-1)^{i+j} \frac{f(t - s_{\beta}R_{s,i} - s_{\alpha}R_{r,i})}{16\pi^{2}c_{\beta}^{2}R_{s,i}R_{r,i}} \mathbf{f},$$
$$R_{i,1} = R_{i}, \quad R_{i,2} = \underline{R}_{i}, \quad R_{i} = |\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}|, \quad \underline{R}_{i} = |\mathbf{r}_{i} - \underline{\mathbf{r}}|, \quad \underline{r} = (x, y, -z)^{\mathrm{T}},$$

где  $\alpha, \beta \in \{p, s\}, \mathbf{D}_{p}^{i} = \nabla^{i} \nabla^{i}, \mathbf{D}_{s}^{i} = -\nabla^{i} \times \nabla^{i} \times, \mathbf{D}_{\beta}^{i}$  получено из  $\mathbf{D}_{\beta}^{i}$  заменой  $\partial_{z_{s}} \to -\partial_{z_{s}}, s = c^{-1}$  и  $c_{p}, c_{s}$  – скорости волн сжатия и сдвига.

#### Численное решение с использованием сеточно-характеристического метода

Динамическое состояние линейной упругой среды описывается определяющей системой уравнений в частных производных вида:

$$\rho \dot{\upsilon}_i = \nabla_j \sigma_{ij},$$
$$\dot{\sigma}_{ij} = q_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}.$$

Здесь  $\rho$  – плотность среды,  $v_i$  – компоненты вектора скорости смещения,  $\sigma_{ij}$  и  $\varepsilon_{kl}$  – компоненты тензоров напряжений Коши и деформации,  $\nabla_j$  – ковариантная производная по *j*-й координате. Вид компонент тензора 4-го порядка *q<sub>ijkl</sub>* определяется реологией среды. Для линейного упругого изотропного случая они имеют вид

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}).$$

В этом соотношении, которое обобщает закон Гука, λи μ– параметры Ламе, а δ<sub>ij</sub>– символ Кронекера.

В настоящей работе численно решается данная определяющая система уравнений на гексаэдральных расчетных сетках сеточно-характеристическим методом. При этом на этапе построения сетки производится явное выделение границ неоднородностей – наборов узлов с каждого из бортов трещин. Ввиду того, что решение уравнений акустики внутри трещины чрезвычайно ресурсоемко, используется подход с постановкой корректных граничных условий, обеспечивающий совпадение сейсмических откликов от трещиноватых объектов. В узлах на противоположных бортах «флюидонасыщенной трещины» совпадают нормальные к плоскости трещины компоненты скорости, нормальные к плоскости трещины компоненты силы компенсируют друг друга, а тангенциальные компоненты силы равны нулю [9].

Описанный подход используется для получения прямого и сопряженного полей скоростей смещения среды v и  $v^{\dagger}$ , на основании которых в рамках подхода обратной временной миграции строятся миграционные изображения. В настоящей работе для этого используются условия визуализации, основанные на ядрах плотности  $K_{\rho}$  (классическое условие Клербо) и импеданса  $K_{z}$ :

$$K_{Z} = K_{\rho} + K_{\kappa} + K_{\mu},$$

$$K_{\rho}(\boldsymbol{x}) = \rho(\boldsymbol{x}) \int \boldsymbol{v}^{\dagger}(\boldsymbol{x}, -t) \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t) dt,$$

$$K_{\kappa}(\boldsymbol{x}) = -\kappa(\boldsymbol{x}) \int [\nabla \cdot \boldsymbol{s}^{\dagger}(\boldsymbol{x}, -t)] [\nabla \cdot \boldsymbol{s}(\boldsymbol{x}, t)] dt,$$

$$K_{\mu}(\boldsymbol{x}) = -2\mu(\boldsymbol{x}) \int \mathbf{D}^{\dagger}(\boldsymbol{x}, -t) : \mathbf{D}(\boldsymbol{x}, t) dt,$$

$$\mathbf{D} = \frac{\nabla \boldsymbol{s} + (\nabla \boldsymbol{s})^{T}}{2} - \frac{\nabla \cdot \boldsymbol{s}}{3} \mathbf{I}, \qquad \mathbf{D}^{\dagger} : \mathbf{D} = \sum_{i,j} D_{ij}^{\dagger} D_{ij}$$

где **s** и  $\boldsymbol{v}$  – смещение и скорость смещения,  $s^{\dagger}$  и  $\boldsymbol{v}^{\dagger}$  – сопряженные величины, **I** – единичный тензор и в выражениях фигурируют плотность  $\rho$  и модули сжатия и сдвига *к*,  $\mu$  приближенной модели среды.

### Результаты моделирования

На первом этапе в работе было проведено сравнение миграционных изображений, получаемых с использованием методов Борна и Кирхгофа, в случае, когда геологическая среда описывается в акустическом приближении. Для теста использовалась модель однородной среды, содержащая сферическое включение. Фоновая среда имела скорость распространения продольных волн 2500 м/с. Отличие медленности во включении от фоновой составляло 10%. Временная функция точечного источника имела вид импульса Рикера с пиковой частотой 25 Гц. На рис. 1 представлена модель среды (2D сечение) и миграционные изображения. Как видно, проблема восстановления «субвертикальных» границ характерна для обоих подходов.



и Кирхгофа (сверху вниз)

В дальнейшем была изучена возможность улучшения качества изображения путем перехода к использованию линейно упругой модели среды. Была построена синтетическая модель среды, за основу которой принималась исходная модель однородной среды. Ввиду того, что упругий алгоритм на основе приближения Борна был получен для однородной фоновой модели, была проведена нормализация модели, обеспечивающая отклонение от фоновой модели не более чем на 10%. На рис. 2 представлена модель среды (2D сечение), а также набор миграционных изображений, полученых как в акустическом, так и в упругом приближении. Как видно, получены значительно более четкие изображения сильно наклонных участков границ раздела слоев, что обусловливается корректным учетом отклика на S-волнах.

Одним из основных недостатков описанного подхода является тот факт, что все аналитические выкладки были успешно проделаны в приближении однородной фоновой модели. Поскольку реальные геологические среды, ввиду их образования, – слоистые (или градиентные), необходимо дальнейшее развитие подходов построения миграционных изображений.



s.

Рис. 2. Модель среды и миграционные изображения: а – акустическое изображение, р – изображение на продольных волнах, s–изображение на поперечных волнах (сверху вниз)

В работе был применен подход, основанный на численном решении определяющей системы уравнений сеточно-характеристическим методом и вычислении ядра импеданса, для модели, содержащей трещиноватые включения. На рис. 3 представлена модель слоистой среды с двумя флюидонасыщенными трещинами, наклоненными к горизонту под углом 80 градусов и ее миграционные изображения. Фоновая среда была получена удалением левой трещины. Видно, что положение удаленной трещины восстановилось, а по образу можно определить исходную ориентацию трещины.







Рис. 3. Слоистая модель с двумя трещинами и миграционные изображения K<sub>ρ</sub> и K<sub>Z</sub> (сверху вниз)

### Заключение

В работе рассмотрена проблема построения миграционных изображений геологических сред. Отмечены основные подходы, используемые в практике сейсморазведки для восстановления геологических разрезов при использовании акустического приближения. Приведена процедура обобщения метода Борна на случай линейно-упругой среды. На основе компьютерного моделирования показано лучшее восстановление наклонных границ за счет корректного учета отраженных S-волн. В дальнейшем предложен метод, позволяющий использовать произвольные фоновые модели геологических сред, в том числе трещиноватые. На примере простейшей 2D модели упругой трещиноватой среды показана его работоспособность.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента РФ МК-1831.2017.9.

# ЛИТЕРАТУРА

1. *Claerbout J.F.* Coarse grid calculations of waves in inhomogeneous media with application to delineation of complicated seismic structure // Geophysics. 1970. Vol. 36, No. 3. P. 407–418.

2. *Claerbout J.F., Doherty S.M.* Downward continuation of move out-corrected seismograms // Geophysics. 1972. Vol. 37, No. 5. P. 741–768.

3. *Schneider W.A.* Integral formulation for migration in two and three dimensions // Geophysics. 1978. Vol. 43. P. 49–76.

4. *Clayton R.W., Stolt R.H.* A Born-WKBJ inversion method for acoustic reflection data // Geophysics. 1981. Vol. 46, No. 11. P. 1559–1567.

5. Baysal E., Kosloff D., Sherwood J. Reverse time migration // Geophysics. 1983. Vol. 48. P. 1514–1524.

6. *Sun R., McMechan G., Hsiao H.-H., Chow J.* Separating P- and S-waves in prestack elastic seismograms using divergence and curl // Geophysics. 2004. Vol. 69. P. 286–297.

7. *Hokstad K*. Multi component Kirchhoff migration // Geophysics. 2000. Vol. 65. P. 861–873.

8. *Luo Y., Tromp J., Denel B., Calandra H.* 3D coupled acoustic-elastic migration with topography and bathymetry based on spectral-element and adjoint methods // Geophysics. 2013. Vol. 78, No. 4. P. 193–202.

9. *Golubev V.I., Petrov I.B., Khokhlov N.I., Shul'ts K.I.* Numerical computation of wave propagation in fractured media by applying the grid-characteristic method on hexahedral meshes // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2015. Vol. 55, No. 3. P. 509–518.

10. *Golubev V., Petrov I., Khokhlov N.* Software development to assess seismic resistance of oil and gas complex ground facilities // Society of Petroleum Engineers – SPE Arctic and Extreme Environments Conference and Exhibition. 2013. Vol. 3. P. 2068–2082.

11. Voinov O.Ya., Golubev V.I., Petrov I.B. Elastic imaging using multiprocessor computer systems // CEUR Workshop Proceedings. 2016. Vol. 1787. P. 491–495.