

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ МЕЖФАЗНЫХ ГРАНИЦ

В.М. Максимов  
Институт проблем нефти и газа РАН  
e-mail: vmaks@ipng.ru

### Введение

При исследовании гетерогенных (многофазных) систем необходимо учитывать, что деформация каждой фазы, определяющая ее состояние и реакцию, связана не только со смещением внешних границ выделенного объема (как в случае гомогенной смеси), но и со смещением межфазных поверхностей внутри выделенного объема смеси. Это требует дополнительного привлечения условий совместного деформирования и движения фаз, учитывающих смещение вещества  $\alpha$ -фазы на поверхности раздела фаз.

С механической точки зрения поверхность раздела можно рассматривать как аналог растянутой мембраны. Однако при описании свойств поверхностей раздела нужно учитывать прилегающие объемы фаз и баланс физических величин между этими объемами и поверхностью. Если система не находится в термодинамическом равновесии, то межфазная поверхность является «неавтономной фазой» в том смысле, что характеризующие ее термодинамические функции зависят не только от параметров поверхности, но также и от характеристик объемных фаз. При использовании термодинамического подхода гипотезу «неавтономности» можно заменить гипотезой локального равновесия на ее макроскопически малых участках.

Учет межфазных границ привносит в решение задач гидродинамики и неравновесной термодинамики значительные трудности, поскольку в математическом описании задач эти границы проявляют себя не просто как граничные условия. Учет ряда явлений, возникающих при взаимодействии процессов переноса, и явлений, связанных с изменением межфазного натяжения, приводит к тому, что сами граничные условия могут содержать новые феноменологические коэффициенты<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> В тексте используется тензорно-диадная символика. Символ тензора обозначается двумя верхними чертами ( $\bar{\bar{P}}, \bar{\bar{F}}, \bar{\bar{D}}$  и т.д.). Единичный тензор  $\bar{\bar{I}}$  имеет компоненты  $\delta_{ik}$ , где  $\delta_{ik} = 1$  при  $i = k$  и  $\delta_{ik} = 0$  при  $i \neq k$ ;  $\nabla \alpha$  – скалярный градиент,  $\nabla \vec{v}$  – векторный градиент;  $\nabla \cdot \vec{v}$  и  $\nabla \cdot \bar{\bar{P}}$  – соответственно, векторная и тензорная дивергенция и т.д.

Отметим, что известные нам работы [1, 2], а также работы зарубежных авторов (D. Bedeaux, A. Albano, P. Mazur; R. Geyfay, I. Prigogine, A. Sanfeld и др.) связаны с исследованием поверхностных явлений и динамики границы раздела двух фаз, движущихся в открытом пространстве. Учет динамики межфазных границ и капиллярного давления при фильтрации флюидов в пористой среде представляет более сложную задачу. Здесь мы рассмотрим макроскопический подход с использованием формализма термодинамики необратимых процессов.

### 1. Основные допущения и гидродинамические уравнения баланса

Термодинамический подход основан на систематическом применении основных принципов термодинамики неравновесных процессов [3, 4]. Будем считать, что твердый скелет породы – недеформируемый и не реагирующий с жидкими фазами (предполагаем их несжимаемыми) – полностью смачивается жидкостью 1 (водой) и не взаимодействует с жидкостью 2 (нефтью). Пренебрегаем также адсорбцией на межфазных границах. Таким образом, рассматриваемая система состоит из пяти «фаз»: двух жидких фаз, твердой фазы (скелета породы), границы раздела между флюидами и границы контакта жидкости 1 с твердым скелетом. Для каждой фазы сформулируем уравнение баланса массы, импульса (обобщенные законы фильтрации) и обобщенной функции состояния  $\hat{F}_\alpha$ , заменяющей энтропию. Ввиду изотермичности процесса, в качестве таковой удобно ввести сумму свободной энергии Гельмгольца  $F_\alpha$  и кинетической энергии, так что

$$\hat{F}_\alpha = F_\alpha + \frac{1}{2} v_\alpha^2 = \varepsilon_\alpha - T \hat{s}_\alpha + \frac{1}{2} v_\alpha^2, \quad (\alpha = 1, 2), \quad (1)$$

где  $\varepsilon_\alpha$  и  $\hat{s}_\alpha$  – соответственно, внутренняя энергия и энтропия единицы массы  $\alpha$ -фазы;  $T = T_1 = T_2$  – температура фаз.

Для жидких фаз имеем уравнение неразрывности и уравнение баланса импульса (без учета силы тяжести) [3]:

$$\partial_t (m \rho_\alpha^0 s_\alpha) + \nabla \cdot (m \rho_\alpha^0 s_\alpha \vec{v}_\alpha) = 0 \quad (2)$$

$$(\alpha = 1, 2),$$

$$\rho_\alpha \frac{d^\alpha \vec{v}_\alpha}{dt} + \nabla \cdot (m s_\alpha p_\alpha \vec{I} - \overline{\Pi}_\alpha) = \vec{R}_\alpha, \quad (3)$$

$$\left( \frac{d^\alpha}{dt} = \partial_t + \vec{v}_\alpha \cdot \nabla \right).$$

Здесь  $\rho_\alpha$  и  $\rho_\alpha^0$  – соответственно, средняя и истинная плотности,  $p_\alpha$  и  $\overline{\Pi}_\alpha$  – давление и тензор вязких напряжений  $\alpha$ -фазы;  $s_\alpha$  – насыщенность  $\alpha$ -фазы,  $s_1 + s_2 = 1$ .

Правая часть  $\vec{R}_\alpha$  уравнения (3) представляет межфазовый обмен импульсом за счет вязкости, который сводится к эффективной объемной силе, пропорциональной относительной скорости движения фаз и имеющей вид:

$$\vec{R}_\alpha = \sum_{\beta=0}^2 r_{\alpha\beta} (\vec{v}_\beta - \vec{v}_\alpha),$$

$r_{\alpha\beta} = r_{\beta\alpha}$  ( $\alpha \neq \beta$ ) вследствие принципа Онзагера формализма неравновесной термодинамики ( $\beta = 0$  относится к твердому скелету породы).

Из (3) находим уравнение баланса кинетической энергии  $\alpha$ -фазы

$$\rho_\alpha \frac{d^\alpha}{dt} \left( \frac{v_\alpha^2}{2} \right) = \vec{v}_\alpha \cdot (\nabla \cdot \vec{\Pi}_\alpha) - \vec{v}_\alpha \cdot \nabla (m s_\alpha p_\alpha) + \vec{v}_\alpha \cdot \vec{R}_\alpha. \quad (4)$$

При формулировке уравнений баланса на межфазных границах будем исходить из соответствующих уравнений на микроуровне (например, в масштабе поры). Переход к макроскопическим переменным выполнялся путем использования метода локального усреднения по объему и по площади [5].

Соотношения, выражающие баланс импульса на межфазной границе на микроуровне, имеют вид [6]:

$$\vec{n} \cdot \vec{P}^\alpha = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{P}^\alpha + \vec{n} \cdot (\vec{P}_1^\alpha - \vec{P}_2^\alpha) = 0. \quad (6)$$

Равенство (5) отражает факт отсутствия переноса импульса в направлении нормали к поверхности, тогда как (6) устанавливает разрыв тензора давлений жидких фаз при переходе через граничную поверхность. Вводя поверхностное натяжение  $\sigma$  на границах нефть – вода, можно представить тензор давлений на межфазной поверхности в виде:

$$\vec{P}^\alpha = (\vec{n}_\alpha \vec{n}_\alpha - \vec{I}) \sigma. \quad (7)$$

Определим тензор деформации  $\vec{D}^*$  границы раздела между жидкими фазами на микроуровне как отклонение ее от равновесной сферической формы:

$$\vec{D}^* = \vec{n}_\alpha \vec{n}_\alpha - \frac{1}{3} \vec{I}.$$

Тогда (6) с учетом (7) принимает вид:

$$\nabla \cdot \left[ \left( \frac{2}{3} \vec{I} - \vec{D}^* \right) \sigma \right] = \sum_{\alpha=1}^2 \vec{n}_\alpha \cdot \vec{P}_\alpha^\alpha. \quad (8)$$

Результирующий макроскопический аналог уравнения баланса импульса на межфазной границе получается из (8) с помощью операции локального усреднения по площади и имеет вид:

$$\frac{2}{3} \nabla (\sigma A) - \nabla \cdot (\sigma A \bar{D}^\alpha) = \vec{f}^\alpha, \quad (9)$$

где  $\bar{D}^\alpha$  – усредненный тензор деформации границы раздела,  $\vec{f}^\alpha$  – макроскопическая сила межфазного взаимодействия,  $A$  – площадь поверхности раздела между жидкими фазами.

## 2. Уравнение баланса обобщенной свободной энергии Гельмгольца и локальное «производство» диссипативной функции

Уравнение Гиббса относительно свободной энергии Гельмгольца  $F_\alpha$  жидкой  $\alpha$ -фазы для величин, отнесенных к единице массы, в нашем случае имеет вид [4, 6]:

$$\rho_\alpha \frac{d^\alpha F_\alpha}{dt} = -\rho_\alpha \frac{d^\alpha}{dt} \left( \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha} \right) + \frac{d^\alpha}{dt} (ms_\alpha p_\alpha), \quad (\alpha = 1, 2). \quad (10)$$

После использования уравнения неразрывности (2) с учетом несжимаемости фаз  $\nabla \cdot \vec{v}_\alpha = 0$  и соответствующих преобразований, из (10) находим

$$\rho_\alpha \frac{d^\alpha F_\alpha}{dt} + \nabla \cdot (ms_\alpha p_\alpha \vec{v}_\alpha) = -p_\alpha \frac{\partial (ms_\alpha)}{\partial t} + ms_\alpha \vec{v}_\alpha \cdot \nabla p_\alpha.$$

Складывая последнее соотношение и (4), получаем окончательно уравнение баланса «обобщенной» свободной энергии (1) для жидких фаз:

$$\begin{aligned} \rho_\alpha \frac{d^\alpha \hat{F}^\alpha}{dt} + \nabla \cdot (ms_\alpha p_\alpha \vec{v}_\alpha - \vec{v}_\alpha \cdot \bar{\Pi}_\alpha) = \\ = -p_\alpha \frac{\partial (ms_\alpha)}{\partial t} - \bar{\Pi}_\alpha : \nabla \vec{v}_\alpha - p_\alpha v_\alpha \cdot \nabla (ms_\alpha) + \vec{v}_\alpha \cdot \vec{R}_\alpha \quad (\alpha = 1, 2). \end{aligned} \quad (11)$$

Постулируя уравнение Гиббса на межфазной границе, аналогично получаем уравнение баланса поверхностной свободной энергии  $F^\alpha = \hat{F}^\alpha$ , которое имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^\alpha}{dt} (A F^\alpha) = \sigma \frac{d^\alpha A}{dt} \\ \left( \frac{d^\alpha}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}^\alpha \cdot \nabla \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь и всюду верхний индекс « $\alpha$ » указывает на принадлежность к межфазной поверхности. Раскрывая оператор  $\frac{d^\alpha}{dt}$  с учетом условия  $F^\alpha = \sigma$  и затем, складывая результат преобразования (12) с уравнением (9), скалярно умноженным на  $\vec{v}^\alpha$ , окончательно находим

$$\frac{\partial (A \hat{F}^\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (A \hat{F}^\alpha \vec{v}^\alpha - A \sigma \bar{D}^\alpha \cdot \vec{v}^\alpha) =$$

$$= \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + A \sigma \nabla \cdot \vec{v}^a - A \sigma \bar{D}^a : \nabla \vec{v}^a + \vec{v}^a \cdot \left[ \bar{F}^a + \frac{1}{3} (\sigma A) \right]. \quad (13)$$

Поскольку ни граница «скелет породы – флюид», ни твердая фаза, не дают вклад в диссипативную функцию, то, суммируя два уравнения (11) и (13), получим уравнение баланса свободной энергии всей системы  $\dot{F} = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 + \dot{F}^a$ , а правая часть результирующего соотношения дает выражение для локального производства  $\Sigma$  функции  $\dot{F}$  (аналог производства энтропии). Учитывая соотношение между насыщенностями жидких фаз  $s_1 = 1 - s$ ,  $s = s_2$  и вводя капиллярное давление  $p_c = p_2 - p_1$ , находим:

$$\Sigma = -p_c \frac{\partial (ms)}{\partial t} + \sigma A \nabla \cdot \vec{v}^a + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \bar{\Pi}_1 : \nabla \vec{v}_1 - \bar{\Pi}_2 : \nabla \vec{v}_2 - \sigma A \bar{D}^a : \nabla \vec{v}^a + \vec{v}_1 \cdot (\bar{R}_{1s} + \bar{R}_{13} + p_1 \nabla (ms)) + \vec{v}_2 \cdot (\bar{R}_{21} - p_2 \nabla (ms)) + \vec{v}^a \cdot \left[ f^a + \frac{1}{3} \nabla (\sigma A) \right]. \quad (14)$$

### 3. Линейные кинетические уравнения. Обобщенные законы фильтрации

Постулируем, что в первом приближении динамика межфазной границы  $\partial_t A$  линейно связана с локальным распределением объемных фаз  $\partial_t (ms)$  и пропорциональна полной кривизне  $K$  межфазной поверхности, так что

$$\frac{\partial A}{\partial t} = K \Phi(m, s, \bar{D}^a, \vec{x}, t, \chi) \frac{\partial (ms)}{\partial t}, \quad (15)$$

где скалярная функция  $\Phi$  характеризует внутреннюю структуру пористой среды и может зависеть от ее пористости, насыщенности, инвариантов тензора деформации, пространственных координат, времени и, возможно, других структурных параметров  $\chi$ . Использование теории размерности позволило бы сделать некоторые выводы о структуре этой функции. Здесь ограничимся сильными допущениями для получения качественных результатов.

Если межфазная поверхность в процессе вытеснения сохраняет форму, близкую к сферической ( $\bar{D}^a \cong 0$ ), то равенству (15) можно придать наиболее простой вид:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = 2K \frac{\partial (ms)}{\partial t}.$$

Подстановка (15) в соотношение (14) дает следующее выражение для диссипативной функции:

$$\Sigma = (\sigma K \Phi - p_1) \frac{\partial}{\partial t} (ms) + \sigma A \nabla \cdot \vec{v}^a + \vec{v}_1 \cdot [\bar{R}_{12} + \bar{R}_{1s} + p_1 \nabla (ms)] + \vec{v}_2 \cdot [\bar{R}_{21} - p_2 \nabla (ms)] + \vec{v}^a \cdot \left[ f^a + \frac{1}{3} \nabla (\sigma A) \right] - \bar{\Pi}_1 : \nabla \vec{v}_1 - \bar{\Pi}_2 : \nabla \vec{v}_2 - \sigma A \bar{D}^a : \nabla \vec{v}^a \quad (16)$$

С помощью (16), используя формализм неравновесной термодинамики [6, 7], устанавливаются кинетические уравнения между независимыми потоками и термодинамическими силами. Если пренебречь перекрестными эффектами, кроме вязкостного взаимодействия потоков жидких фаз, то тогда из (16) вытекают следующие кинетические уравнения:

$$p_c - \sigma K \Phi = L_1 \frac{\partial(ms)}{\partial t}, \quad (17)$$

$$\sigma A = L_2 \nabla \cdot \vec{v}^a, \quad (18)$$

$$\vec{R}_{12} + \vec{R}_{1s} + p_1 \nabla(ms) = L_{11} \vec{v}_1 + L_{12} \vec{v}_2, \quad (19)$$

$$\vec{R}_{21} - p_2 \nabla(ms) = L_{21} \vec{v}_1 + L_{22} \vec{v}_2, \quad (L_{12} = L_{21}),$$

$$\vec{v}^a = L_3 \left[ \vec{f}^a + \frac{1}{3} \nabla(\sigma A) \right], \quad (20)$$

$$\bar{\Pi}_\alpha = L^\alpha \nabla \vec{v}_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2), \quad (21)$$

$$\sigma A \bar{D}^a = L_4 \nabla \vec{v}_\alpha. \quad (22)$$

Первые два из них соответствуют скалярным процессам. Уравнение (17) описывает изменение капиллярного давления в результате перераспределения объемных фаз в процессе вытеснения. Уравнение (18) связано со скоростью изменения «поверхностного» удельного объема  $div \vec{v}^a$ , вызывающего изменение площади межфазной границы (это напоминает вклад второй вязкости в гидродинамике ньютоновских жидкостей).

Замыкающие тензорные соотношения (21)-(22) устанавливают связь компонент тензоров вязких напряжений жидких фаз  $\bar{\Pi}_\alpha$  и тензора деформации  $\bar{D}^a$  межфазной границы, соответственно, с компонентами симметричных тензоров  $\nabla \vec{v}_\alpha$  и  $\nabla \vec{v}^a$ .

Из предыдущих рассмотрений вытекают обобщенные законы фильтрации для жидких фаз и межфазной границы. Выводя из (19) силы межфазного взаимодействия  $\vec{R}_1 = \vec{R}_{12} + \vec{R}_{1s}$  и  $\vec{R}_2 = \vec{R}_{21} = -\vec{R}_{12}$  и подставляя их в уравнение баланса импульса фаз (3), после преобразований находим:

$$\vec{v}_1 = \hat{L}_{11} \vec{A}_1 - \hat{L}_{12} \vec{A}_2, \quad (23)$$

$$\vec{v}_2 = -\hat{L}_{12} \vec{A}_1 - \hat{L}_{22} \vec{A}_2.$$

Здесь  $A_\alpha = \rho_\alpha \frac{d^{\alpha} \vec{v}_\alpha}{dt} - \nabla \cdot \Pi_\alpha + ms_\alpha \nabla p_\alpha$ , ( $\alpha = 1, 2$ );  $\hat{L}_{\alpha\beta}$  – коэффициенты, которые выражаются через  $L_{\alpha\beta}$ .

Соотношения (23) обобщают закон фильтрации двух жидкостей в пористой среде, учитывая вязкостное взаимодействие флюидов, инерционные эффекты и тензор вязких напряжений фаз. Если не учитывать перекрестные члены в (19), то из (23) вытекает обобщенный закон Дарси для каждой фазы, включающий инерционно-вязкостные эффекты:

$$\vec{w}_\alpha = -K_\alpha \left( \nabla p_\alpha + \rho_\alpha^0 \frac{d^\alpha \vec{v}_\alpha}{dt} - \frac{\nabla \cdot \bar{\Pi}_\alpha}{ms_\alpha} \right), \quad (24)$$

где  $K_\alpha = L_{\alpha\alpha} (ms_\alpha)^2$ ,  $\vec{w}_\alpha = ms_\alpha \vec{v}_\alpha$ , ( $\alpha = 1, 2$ ),

При пренебрежении инерционным и вязкостным вкладом из (24) получается двухчленный закон двухфазной фильтрации:

$$\vec{w}_\alpha = - \sum_{\beta=1}^2 \lambda_{\alpha\beta} \nabla p_\beta, \quad (\alpha = 1, 2), \quad (25)$$

где  $\lambda_{\alpha\beta}$  - подвижности фаз.

Аналогичное уравнение, описывающее взаимодействие на межфазной границе, выводится из (20) и (9) и имеет вид:

$$\vec{v}^\alpha = L_\alpha [\nabla(\sigma A) - \nabla \cdot (\sigma A \bar{D}^\alpha)], \quad (26)$$

Это уравнение можно трактовать как аналог закона Дарси для движущейся усредненной межфазной границы в пористой среде.

#### 4. Выводы и заключение

В рассмотренной модели неизвестными величинами являются пять скалярных параметров (давления в фазах  $p_\alpha$ , насыщенность  $s$  одной из фаз, площадь межфазной поверхности  $A$ , полная кривизна  $K$  межфазной границы); векторные характеристики  $\vec{v}^\alpha$ ,  $\vec{v}_\alpha$ ,  $\vec{R}_{12}$ ,  $\vec{R}_{13}$  и  $f^\alpha$ ; тензорные величины  $\bar{\Pi}_\alpha$  и  $\bar{D}^\alpha$ .

Для их определения получена замкнутая система уравнений, состоящая из:

1) пяти скалярных уравнений – двух уравнений неразрывности (2), двух кинетических уравнений (17), (18) и соотношения (15);

2) шести векторных уравнений и трех уравнений баланса импульса (23), (24) и трех феноменологических уравнений (19), (20); трех тензорных соотношений, образованных кинетическими уравнениями (21), (22).

В соотношения (17)–(22) входят девять феноменологических коэффициентов  $L_{\alpha\beta}$ , включая три коэффициента  $L_{\alpha\beta}$  в равенствах (19). Проблема оценки их вклада в фильтрационные показатели и определения их значений находится за пределами макроскопического описания. Для коэффициентов  $L_{\alpha\beta}$ , которые могут быть выражены через  $\lambda_{\alpha\beta}$  в обобщенном двухчленном законе Дарси (25), имеются некоторые экспериментальные данные и оценки [7]. Другие коэффициенты могут быть определены в результате физического или численного моделирования двухфазных течений на капиллярных или сеточных моделях.

***Основные полученные результаты состоят в следующем.***

Дано доказательство обобщенного закона фильтрации (23), учитывающего вязкостное взаимодействие между фазами и с твердым скелетом породы, инерционные и вязкостные эффекты. В качестве следствия получены частные выражения обобщенного закона Дарси (24) для каждой фазы и двухчленного закона фильтрации (25).

В отличие от обычно используемого соотношения Леверетта для капиллярного давления  $p_c$ , получаемого для стационарных равновесных условий, выведено дифференциальное уравнение (17), описывающее изменение  $p_c$  в результате нестационарного перераспределения объемных фаз и деформации межфазной границы в процессе вытеснения. Такая термодинамическая трактовка учета эффектов неравновесности дополняет известные подходы к данной проблеме [8–11].

Показано, что скорость перемещения межфазной поверхности в пористой среде подчиняется соотношению (26), аналогичному по структуре закону Дарси.

В низкопроницаемых коллекторах на больших глубинах динамика межфазных границ и процессы капиллярной пропитки и сорбции могут иметь первостепенное значение.

*Статья написана в рамках выполнения Программы Президиума РАН № 47 «Углеводороды с глубоких горизонтов в «старых» нефтегазодобывающих регионах как новый источник энергоресурсов: теоретические и прикладные аспекты» (№ АААА-А18-118041090102-5).*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. *Auriault J.L., Sanchez-Palencia E.* Remarques sur la loi de Darcy pour les écoulements biphasiques en milieu poreux // J. of Mecanique Theorique et Appliquee. 1986. Numero special. P. 141-156.
3. *Де Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. 466 с.
4. *Колесниченко А.В., Максимов В.М.* Обобщенный закон фильтрации Дарси как следствие соотношений Стефана-Максвелла для гетерогенной среды. М.: Препринт Ин-та прикл. математ. им. М.В. Келдыша, 1999. № 45. 31 с.
5. *Слеттери Дж.С.* Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. М.: Энергия, 1978. 448 с.
6. *Пригожин И., Дефэй Р.* Химическая термодинамика. Новосибирск: Наука, 1966. 509 с.
7. *Максимов В.М.* Основы гидротермодинамики пластовых систем. М.: Недра, 1994. 201 с.
8. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 207 с.
9. *Мирзаджанзаде А.Х., Максудов Ф.Г., Нигматулин Р.И.* и др. Теория и практика применения неравновесных систем в нефтедобыче. Баку: Элм, 1985. 210 с.
10. *Nikolaevsky V.N.* Mechanics of Porous and Fractured Media. Singapore, New Jersey, Hong Kong: World Sci., 1990. 472 p.
11. *Whitaker S.* Flow on Porous Media II: The governing equations for immiscible two-phase flow // Transport in Porous Media. 1986. Vol. 1, No 2. P. 105–125.