

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА ФОРМЫ РЕЗЕРВУАРА ПОДЗЕМНОГО ГАЗОХРАНИЛИЩА В МЕРЗЛЫХ ГРУНТАХ

А.Н. Вульфсон, О.О. Бородин
ИПНГ РАН, e-mail: vulfson@ipng.ru, borodin@ipng.ru

В настоящее время приоритетным регионом для освоения газовых месторождений является Крайний Север. Промышленная газонефтедобыча в этих районах приводит к ежегодному извлечению миллионов тонн жидких углеводородов. Однако постоянный вывоз стабильного конденсата и парафинистой нефти Северным морским путем невозможен из-за сложной ледовой обстановки. Для накопления и хранения жидких углеводородов во время межнавигационного периода требуется создание резервуарных парков суммарным объемом порядка млн м³.

Геометрические параметры сооружаемых подземных резервуаров определяются исходя из геокриологических особенностей пород на выбранных участках строительства, а также мощности, глубины залегания и деформационно-прочностных характеристик многолетнемерзлых горных пород. Характерные объемы подземных резервуаров в районах вечной мерзлоты составляют 3000–3500 м³. При этом геометрические параметры подземных резервуаров при необходимости можно варьировать в зависимости от результатов бурения технологической скважины и отбора керна. Корректировка объема подземного резервуара производится для обеспечения его долговременной механической устойчивости в пределах заданных прочностных характеристик.

Строительство подземных резервуаров ведется в многолетнемерзлых песчаных отложениях или горизонтальных ярусах пластовых льдов с использованием скважинной гидротехнологии [1]. Этот метод предполагает размывание пластов через скважину с последующим выносом оттаявшего материала на поверхность. Метод скважинной гидротехнологии позволяет извлекать строительные пески с глубин до 100 м, а образовавшиеся резервуары использовать для хранения жидких углеводородов. Гидротехнология позволяет создавать устойчивые полости в мерзлых песчаных отложениях объемом 1700–5000 м³ на глубинах от 10 до 100 м.

Современная скважинная гидротехнология строительства подземных резервуаров в мерзлых грунтах сопровождается компьютерным мониторингом процесса размывания почвы. Компьютерный мониторинг, использующий математическое моделирование процесса размывания грунта [2], обеспечивает как эффективную корректировку процесса

строительства, так и предупреждает нежелательные обрушения грунта в полости резервуара.

В настоящем исследовании предлагается вариант математического моделирования и компьютерного мониторинга, построенного на основе метода геометрической оптики, известного как принцип Гюйгенса.

1. Принципиальная схема строительства подземного резервуара в песчаных отложениях

Согласно [1] работы по строительству подземного резервуара начинаются с бурения технологической вертикальной скважины. В скважину вставляется система труб, диаметром порядка 10 см, через которую отбирается керн от поверхности земли до глубины 5 м ниже подошвы песчаного пласта. По результатам бурения разведочной скважины выполняют подробное описание геологического разреза с указанием мощности прослоев песка, супеси, суглинка, льда, органических и иных включений, выхода керна, наличия криопэгов и водопритокков в скважину.

Система труб используется далее для подачи воды, сжатого воздуха, и водяного пара и подъема гидросмеси песка (пульпы) на поверхность (рис. 1).

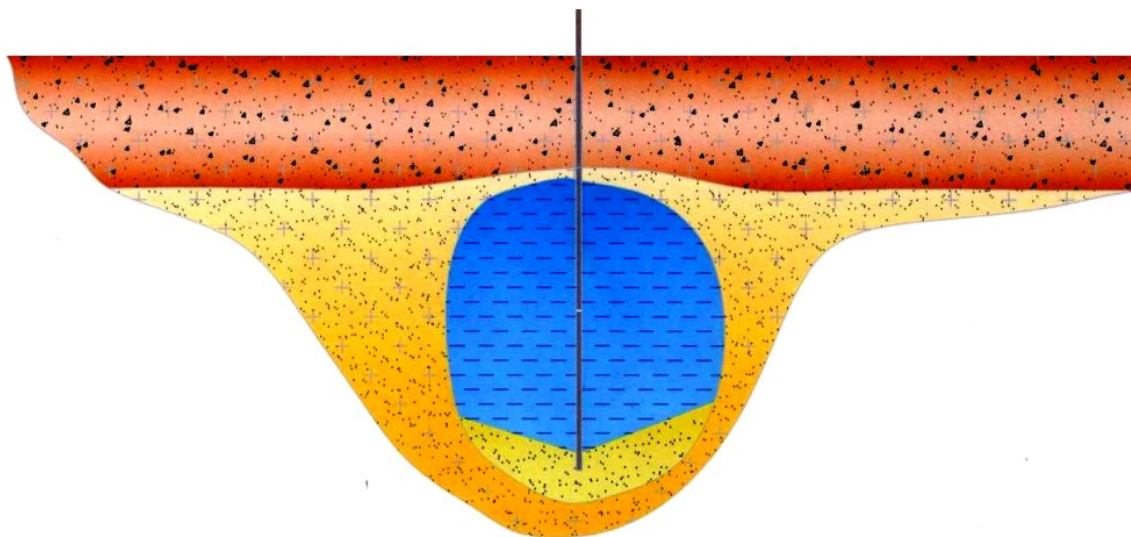


Рис. 1. Принципиальная схема создания подземного резервуара с использованием гидротехнологии. Слои мерзлых грунтов с различными физическими свойствами изображены различными цветами

При использовании гидротехнологии теплоноситель (пар) от парогенераторной установки подается в систему вертикальных труб. В результате теплообмена нагретой паром воды с мерзлыми породами происходит оттаивание песчаных отложений на стенках создаваемого резервуара. Оттаявший песок опускается на дно подземной камеры. Вода, подаваемая в нижнюю часть подземного резервуара, перемешивается с песком, оседающим на дне камеры, и образует гидросмесь. Подъем гидросмеси на поверхность осуществляют эрлифтным способом, для чего в вертикальную систему труб подают сжатый воздух от компрессора.

Разработку подземного резервуара ведут ступенями с последовательным подъемом уровня раздела вода–воздух, что позволяет сформировать устойчивый свод в его кровле.

В процессе размывания и по окончании разработки резервуара до проектного объема производят звуколокационное обследование подземного резервуара для определения его фактического объема, размеров, формы и герметичности.

После звуколокационного обследования из резервуара откачивают воду и производят монтаж технологического оборудования, используемого при эксплуатации подземного резервуара.

2. Основные понятия и предположения при построении модели

Математическая модель формализует процесс образования подземного резервуара в результате оттаивания песчаных отложений и размывания мерзлого грунта горячей водой. Предлагаемая модель опирается на аналогию с геометрической оптикой, а потому использует ряд понятий, характерных для этой физической дисциплины.

Пусть t – время; x, y, z – декартова система координат, с началом O в центре теплового источника, а направление оси z противоположно направлению силы тяжести g . В последующем изложении будем задавать точки пространства трехмерным вектором $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$.

В основу построения количественной теории размывания грунта при локализованном тепловом воздействии будут положены следующие понятия и предположения.

Понятие грунта

Грунтом далее будем называть сыпучую сплошную среду, физические свойства которой задаются n – мерным вектором параметров $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, координаты которого a_i – соответствуют таким характеристикам как плотность, теплопроводность и

т.д. *Однородным грунтом* далее будем называть сыпучую сплошную среду, физические параметры которой a_i являются постоянными функциями координат.

Реальный вертикальный геологический срез можно аппроксимировать с помощью последовательности горизонтально однородных грунтов.

Понятие скорости размывания

Пусть $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ – вектор параметров формы области размывания, координаты которого b_i соответствуют таким характеристикам области как локальная выпуклость, кривизна, объем и т.д.

С каждой точкой однородного грунта $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$ можно связать скалярную, не зависящую от направления (изотропную), скорость размывания v .

Предполагается, что скорость размывания v зависит от локальной температуры в точке растапливания $T = T(x, y, z)$, вектора постоянных параметров грунта \vec{a} и вектора параметров формы области размывания \vec{b} . Иными словами, в рамках предлагаемой гипотезы считается, что

$$v = v(T, \vec{a}, \vec{b}). \quad (1)$$

Здесь аналитический вид зависимости (1) определяется в ходе натурных и лабораторных экспериментов по растапливанию грунта и с использованием аналитических результатов по механической устойчивости и разрушению купола и дна резервуара [3–4].

Понятие о луче размывания

Предположим, что размывание грунта реализуется точечным источником, расположенным в точке \vec{r}_0 . Пусть $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$ – произвольная точка грунта; $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ – любая гладкая кривая из семейства кривых Λ , соединяющая тепловой источник \vec{r}_0 и точку \vec{r} и заданная параметрическим векторным уравнением

$$\vec{r} = \vec{r}(\sigma, \lambda) \quad (2)$$

или параметрическими скалярными уравнениями

$$x = x(\sigma, \lambda), \quad y = y(\sigma, \lambda), \quad z = z(\sigma, \lambda). \quad (3)$$

Здесь σ – параметр на кривой; $\lambda \in \Lambda$ – параметр, выделяющий кривую из заданного семейства.

С учетом принятых обозначений элементарная длина ds кривой $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ имеет вид

$$ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\sigma}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\sigma}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\sigma}\right)^2} d\sigma = \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2} d\sigma. \quad (4)$$

Допустим, что из всех возможных путей $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda)$ процесс размывания выбирает такой путь $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda_0)$, по которому точка \vec{r} достигается за самое короткое время. Это означает, что на кривой $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda_0)$ реализуется временной минимум

$$W(\vec{r}, \vec{r}_0) = \min_{\lambda} \tau(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{ds}{v(s)} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{1}{v(\sigma)} \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2} d\sigma. \quad (5)$$

Последняя гипотеза является реализацией принципа Ферма для процесса размывания, подробнее см., например, [5].

Лучом размывания, соединяющим точки \vec{r}_0 и \vec{r} , будем называть траекторию $\gamma(\vec{r}, \vec{r}_0, \lambda_0)$, вдоль которой процесс размывания от теплового источника \vec{r}_0 достигает точки \vec{r} за минимальное время $W(\vec{r}, \vec{r}_0)$.

Понятие о фронте размывания

Допустим, что размывание грунта реализуется точечным источником, расположенным в точке \vec{r}_0 . Фронтом размывания, соответствующим времени t , будем называть поверхность $\Gamma_t(\vec{r}_0)$, удовлетворяющую условию

$$\Gamma_t(\vec{r}_0) = \{\vec{r} : W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t\}. \quad (6)$$

Согласно (6) фронт размывания состоит из точек, которых достигают всевозможные лучи размывания, исходящие из источника \vec{r}_0 , за время t .

Понятие об области размывания

Пусть размывание грунта реализуется точечным источником, расположенным в точке \vec{r}_0 . Областью размывания $X(\vec{r}_0, t)$ будем называть геометрическое место точек \vec{r} , удовлетворяющее неравенству

$$X(\vec{r}_0, t) = \{\vec{r} : W(\vec{r}_0, \vec{r}) \leq t\}. \quad (7)$$

Согласно (7) область размывания состоит из точек, которые достигаются лучами размывания, исходящими из источника \vec{r}_0 , за время меньшее или равное t .

3. Принцип Гюйгенса и геометрическая теория фронта размывания

Закон изменения области размывания $X(\vec{r}_0, t)$ во времени можно представить, используя модификацию оптического принципа Х. Гюйгенса (1678), см., например, [5].

Согласно модифицированному принципу Гюйгенса, каждая точка фронта размывания (поверхности, достигнутой лучами размывания за одно и то же время) является вторичным точечным тепловым источником размывания, порождающим локальный сферический фронт. Огибающая всех локальных сферических фронтов становится фронтом размывания в следующий момент времени (рис. 2).

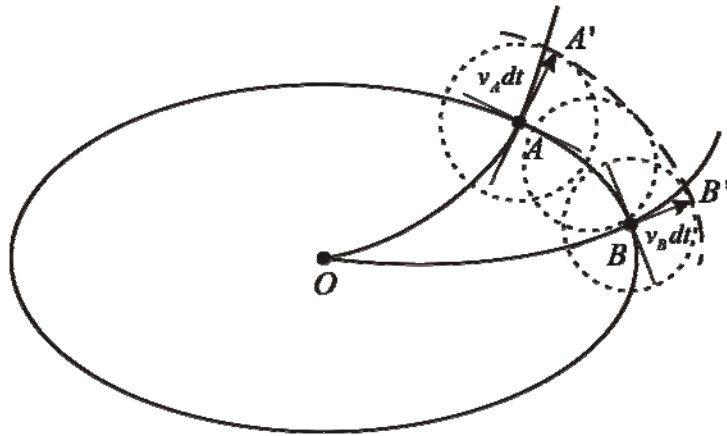


Рис. 2. Иллюстрация геометрического метода построения области размывания, согласно принципу Гюйгенса

Принцип Гюйгенса допускает несколько иную математическую формализацию. Рассмотрим область размывания $X(\vec{r}_0, t_1)$, соответствующую тепловому источнику, расположенному в точке \vec{r}_0 и действующему в течение промежутка времени t_1 . Поместим в произвольную точку \vec{r}_1 границы области $X(\vec{r}_0, t_1)$ воображаемый тепловой источник и предоставим ему возможность размывать грунт в течение промежутка времени t_2 . Полученную вторичную область размывания обозначим $X(\vec{r}_1, t_2)$. Помещая воображаемые тепловые источники во все точки \vec{r}_1 (границы) области $X(\vec{r}_0, t_1)$ и объединяя все вторичные области размывания за время t_2 , получим область

$$\bigcup_{\vec{r}_1 \in X(\vec{r}_0, t_1)} X(\vec{r}_1, t_2). \quad (8)$$

Принцип Гюйгенса утверждает, что объединение вторичных областей (8) представляет реальную область размывания источника, расположенного в точке \vec{x}_0 в момент времени $t_1 + t_2$.

Математически принцип можно выразить следующим образом.

Теорема 1. Принцип Гюйгенса

Для всякого разложения временного интервала t в сумму двух неотрицательных временных интервалов $t = t_1 + t_2$ справедливо представление

$$X(\vec{r}_0, t_1 + t_2) = \bigcup_{\vec{r}_1 \in X(\vec{r}_0, t_1)} X(\vec{r}_1, t_2). \quad (9)$$

Доказательство. Пусть $\vec{r} \in X(\vec{r}_0, t_1 + t_2)$ – произвольная точка области. Луч от источника \vec{x}_0 достигает точки \vec{x} за время $s \leq t_1 + t_2$. Если $s \leq t_1$, то $\vec{r} \in X(\vec{r}_0, t_1) \subset X(\vec{r}_0, t_1 + t_2)$. Если же $s > t_1$, то $s = t_1 + s_2$, где $s_2 \leq t_2$. Рассмотрим траекторию луча, идущего от точки \vec{r}_0 к точке \vec{r} . За время t_1 луч достигает некоторой точки $\vec{r}_1 \in X(\vec{r}_0, t_1)$, а затем за время $s_2 \leq t_2$ луч доходит до точки \vec{r} . Поэтому $\vec{r} \in X(\vec{r}_1, t_2)$. Следовательно, $\vec{r} \in \bigcup_{\vec{r}_1 \in X(\vec{r}_0, t_1)} X(\vec{r}_1, t_2)$.

Пусть $\vec{r} \in \bigcup_{\vec{r}_1 \in X(\vec{r}_0, t_1)} X(\vec{r}_1, t_2)$ – произвольная точка области. Это означает, что в точку \vec{x} можно попасть, сначала двигаясь вдоль луча, исходящего из точки \vec{x}_0 до некоторой точки $\vec{r}_1 \in X(\vec{r}_0, t_1)$, а потом, двигаясь вдоль луча, исходящего из точки \vec{r}_1 до точки $\vec{r} \in X(\vec{r}_1, t_2)$. Время движения по первому лучу не превышает t_1 , а время движения по второму лучу не превышает t_2 . Объединение этих двух лучей образует траекторию, которая может и не быть истинным лучом, исходящим из точки \vec{r}_0 и достигающим точки \vec{r} . При этом достижение точки \vec{x} происходит за время, не превышающее $t = t_1 + t_2$. В соответствии с принципом Ферма, это означает, что истинный луч, исходящий из точки \vec{r}_0 достигает точки \vec{r} за время, не превышающее t . Следовательно, $\vec{r} \in X(\vec{r}_0, t_1 + t_2)$.

Следуя (5), определим минимальное время $W(\vec{r}_0, \vec{r})$, за которое размывание доходит от точки \vec{r}_0 до точки \vec{r} вдоль луча размывания

$$W(\vec{r}_0, \vec{r}) = \inf \{t : \vec{r} \in X(\vec{r}_0, t)\}. \quad (10)$$

Тогда, в соответствии с соотношением (6) будем называть фронтом размывания $\Gamma_t(\vec{r}_0)$ поверхность

$$\Gamma_t(\vec{r}_0) = \{\vec{r} : W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t\}. \quad (11)$$

Принцип Гюйгенса можно формулировать также для фронтов размывания. Предполагая форму резервуара осесимметричной, ограничимся упрощенной формулировкой случая фронтов на плоскости.

Рассмотрим семейство плоских кривых C_λ , заданных скалярными параметрическими уравнениями

$$x = x(\sigma, \lambda), \quad y = y(\sigma, \lambda), \quad (12)$$

где σ – параметр на кривой; $\lambda \in \Lambda$ – параметр, выделяющий кривую из заданного семейства C_λ .

Понятие огибающей семейства кривых

Плоская кривая C называется огибающей семейства кривых C_λ , если она касается всех кривых этого семейства.

Теорема 2. Принцип Гюйгенса для плоских фронтов размывания

Допустим, что все плоские фронты размывания являются гладкими и выпуклыми. Предположим также, что через любые две точки проходит некоторая траектория размывания. Фиксируем разложение временного интервала t в сумму двух неотрицательных интервалов $t = t_1 + t_2$.

Тогда фронт размывания $\Gamma_t(\vec{r}_0)$ является огибающей вторичных фронтов размывания $\Gamma_{t_2}(\vec{r}_1)$, развивающихся из всех точек \vec{r}_1 фронта размывания $\Gamma_{t_1}(\vec{r}_0)$.

Доказательство. При сделанном предположении область размывания $X(\vec{r}_0, t)$ всегда окружена выпуклой оболочкой $\Gamma_t(\vec{r}_0)$. Пусть \vec{r}_1 – произвольная точка фронта размывания $\Gamma_{t_1}(\vec{r}_0)$. Заметим, фронт размывания $\Gamma_{t_2}(\vec{r}_1)$ имеет общую точку с фронтом $\Gamma_{t_1}(\vec{r}_0)$, а именно, точку, в которой луч размывания, соединяющий точки \vec{r}_0 и \vec{r}_1 , доходит из точки \vec{r}_0 за время t (или, что то же самое, из точки \vec{r}_1 за время t_2). Теперь достаточно воспользоваться следующим утверждением: если одна выпуклая гладкая кривая лежит в выпуклой оболочке другой выпуклой гладкой кривой, и при этом две кривые имеют общую точку, то они касаются в этой точке. Грубо говоря, если бы это было не так, то

касательные к двум кривым пересекались бы под некоторым углом. В этом случае одна кривая не могла бы лежать внутри другой.

4. Геометрический метод построения области размывания

В рамках предложенного метода поверхность формирующегося резервуара в любой момент времени отождествляется с поверхностью волнового фронта.

Допустим, что из точечного источника нагревания \vec{r}_0 , расположенного в точке O , исходит пучок всевозможных лучей. Согласно (6) волновой фронт представляет собой поверхность, точки которой достигаются лучами за одно и то же время.

Пусть $\Gamma_t(\vec{r}_0)$ – гладкая поверхность волнового фронта в момент времени t . Фиксируем произвольную точку A с векторной координатой \vec{r} на поверхности $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t = const$. Тогда $\vec{\nabla}W(t)$ – нормаль к поверхности $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t = const$. Пусть \vec{v}_A – направляющий вектор касательной к лучу, приходящему в точку A . Тогда $\vec{\nabla}W(t) \perp \vec{v}_A$, т.е. нормаль к поверхности в точке \vec{r} пропорциональна вектору касательной к лучу, проходящему через точку \vec{r} .

Поместим в точку A точечный источник, порождающий малый сферический фронт с радиусом $v_A(\vec{r})\Delta t$.

Пусть теперь точка \vec{r} пробегает всю поверхность $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t = const$. Тогда малые сферические фронты, исходящие из вторичных точечных источников и соответствующие моменту времени $t + \Delta t$, образуют семейство плоских кривых C_λ . Уравнение этого семейства задано скалярным параметрическим уравнением

$$\sqrt{x^2(\lambda) + y^2(\lambda)} = v(\vec{r})\Delta t, \quad (13)$$

где $\lambda \in \Lambda$ – параметр, выделяющий круг из заданного семейства C_λ .

Очевидно, что в соответствии с принципом Гюйгенса огибающая семейства кругов (13) будет соответствовать волновому фронту $W(\vec{r}_0, \vec{r}) = t_n + \Delta t = const$ (см. рис. 2).

Замкнутый контур AB соответствует фронту размывания в момент времени t . Кривые OA и OB соответствуют лучам размывания перпендикулярным фронту. Замкнутый контур $A'B'$ соответствует фронту размывания в момент времени $t + \Delta t$ и представляет огибающую Гюйгенса вторичных сферических фронтов от точечных источников, расположенных на поверхности AB .

Для реализации вычислительной процедуры в вертикальной плоскости x, z необходимо задать начальную форму резервуара R_0 , которую можно отождествить с

радиусом скважины. Кроме того следует задать время расчета T_τ , временной шаг Δt и скорость распространения фронта $v = v(x, z)$.

На рис. 3а и рис 3б представлены результаты моделирования по предложенной методике в случае изотропной и анизотропной среды соответственно.

В качестве исходных данных для рис. 3 приняты следующие значения, указанные в относительных единицах: $T_\tau = 400$, $R_0 = 0.1$ и $\Delta t = 0.1$. Контур размывания изображен в моменты времени t_{100} , t_{200} , t_{300} , t_{400} . В расчетах предполагалось, что грунт со-стоит из горизонтально однородных слоев, мощности которых задаются в условных еди-ницах неравенствами $0 \leq z < 3$; $3 \leq z < 4$; $4 \leq z < 5$; $z \geq 5$. Скорости размывания в этих слоях $v_i = v_i(x, z)$ считались постоянными и пропорциональными заданной скорости u_0 .

Иными словами, предполагалось, что $v_i = k_i u_0$, где $u_0 = 0.1$; k_i – набор постоянных множителей, характеризующих геометрические и теплофизические свойства горизонтальных слоев (см. рис. 3б).

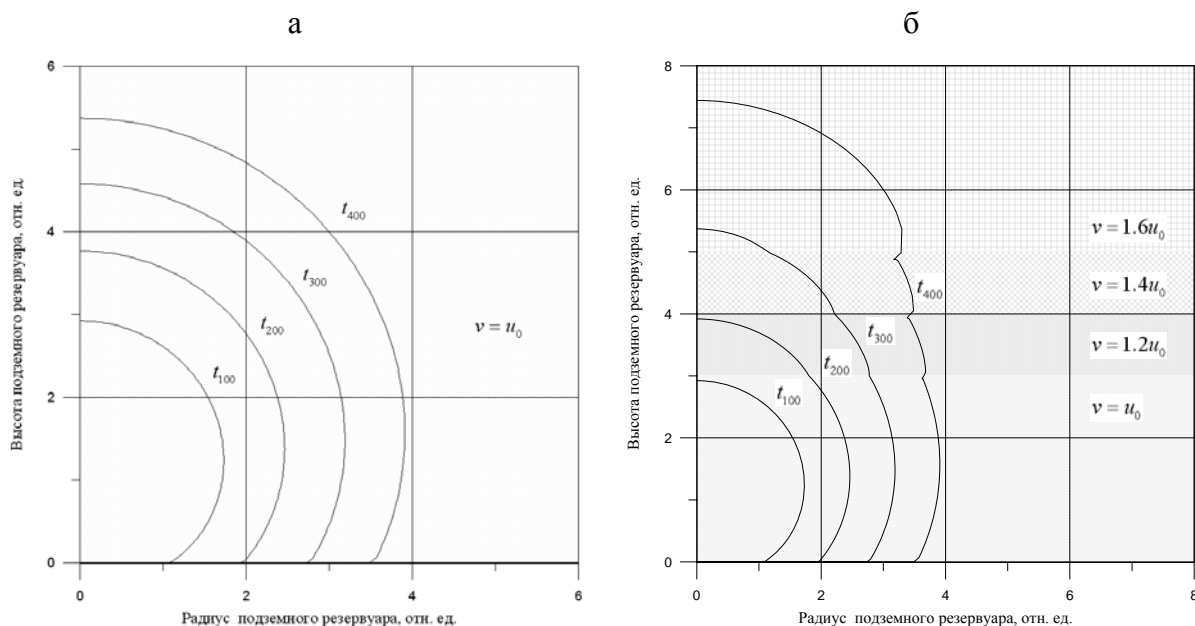


Рис. 3. Результаты вычислений:

а – эволюция поверхности резервуара в случае изотропной среды;

б – эволюция поверхности резервуара в случае анизотропной среды

Пошаговое дискретное выполнение процедуры построения огибающей позволяет последовательно рассчитывать эволюцию формы строящегося резервуара. Изложенный численный метод является математической реализацией оптической аналогии, представленной в пункте 3.

5. Возможность использования численного метода

Методы звукового локационного зондирования дают возможность построить реальную форму резервуара в фиксированные моменты времени. Техника измерений позволяет получить вертикальные сечения резервуара при различных азимутальных направлениях. Формы резервуаров, рассчитанные с использованием локационного зондирования, близки к осесимметричным [1–2].

Типичная форма усредненного по азимуту резервуара подземного газохранилища и предварительные расчеты представлены на рис. 4.

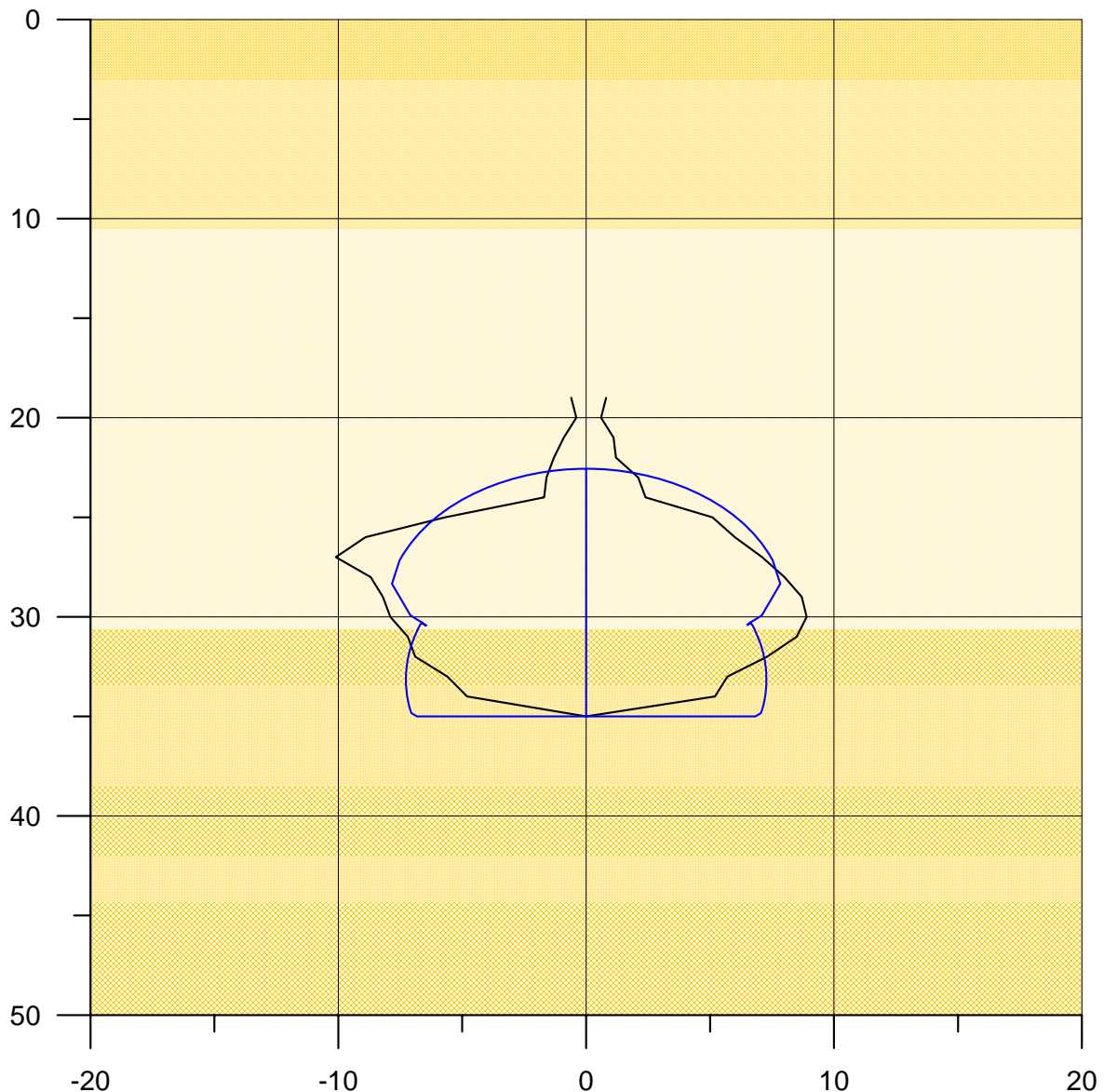


Рис. 4. Реальный и модельный контуры подземного резервуара. Усредненный по азимуту контур подземного резервуара, полученный по данным звуколокации, изображен черной линией; модельный контур, полученный численным методом, изображен синей линией

Результаты звуколокации указывают на явную зависимость формы различных частей поверхности подземного резервуара от вертикальной структуры грунта. Это обстоятельство является экспериментальной основой описания процесса размывания мерзлого грунта при использовании скважинной гидротехнологии в рамках оптического принципа Гюйгенса для неоднородной среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксютин О.Е., Казарян В.А., Ишков А.Г., Хлопцов В.Г., Теплов М.К., Хрулев А.С., Савич О.А., Сурин С.Д. Строительство и эксплуатация резервуаров в многолетнемерзлых осадочных породах // М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. 432 с.
2. Воронова А.В., Тропкин С.Н., Журавлева Т.Ю., Скворцов А.А. Моделирование геомеханического поведения подземных резервуаров в многолетнемерзлых породах // Инженерные системы – 2015: Тез. и докл. Междунар. конф. SIMULIA Abaqus. М., 2015. С. 5–6.
3. Карпухин А.Н., Савич О.И., Сурин С.Д. Особенности процесса оттаивания многолетнемерзлых песков при скважинной гидродобыче на полуострове Ямал // Горный информационно–аналитический бюллетень (Научно–технический журнал). 2010. № 4. С. 365–377.
4. Хрулев А.С., Карпухин А.Н., Сурин С.Д. Обоснование параметров скважинной гидродобычи песка на полуострове Ямал // Горный информационно–аналитический бюллетень (Научно–технический журнал). 2011. № 8. С. 157–164.
5. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Изд-во «Мир», 1964. 428 с.