## ЭФФЕКТЫ ТЕНЗОРНОГО ХАРАКТЕРА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ПРИ ВЗАИМНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ГАЗА ВОДОЙ В АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТАХ

В.М. Максимов<sup>1</sup>, Н.М. Дмитриев<sup>2</sup>, Ю.С. Антоневич<sup>1</sup> 1 – ИПНГ РАН, 2 – РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина

Посвящается 100-летию со дня рождения профессора И.А. Чарного

В рамках классической модели многофазной фильтрации поровое пространство представляется изотропным, а относительные фазовые проницаемости (ОФП) по всем направлениям – одинаковыми, зависящими только от насыщенности. Теоретически было показано [1, 2], что ОФП имеют тензорную природу и зависят не только от насыщенности, но и от направления течения. Позже этот факт был подтвержден экспериментально [3] в опытах на цилиндрических образцах сцементированного слоистого песчаника, выпиленных параллельно, перпендикулярно и под углом 45° к плоскости напластования. Однако количественная оценка вклада тензорного характера ОФП в фильтрационные показатели вытеснения не проводилась.

Наличие и влияние на поток флюидов неоднородностей в масштабе образца керна признается рядом авторов [4, 5] и качественно представлено на рис. 1, где показаны наборы кривых ОФП, полученных для образцов керна цилиндрической формы, вырезанных с ориентацией, отличающейся от преобладающей неоднородности в масштабе керна. На самом деле мелкомасштабная слоистость всегда присутствует в продуктивных пластах и оказывает влияние на движение флюидов. Этот факт иллюстрируется на рис. 2, где показаны различные виды слоистости в масштабе, сравнимом с размером типичного образца керна, и описано их влияние на результаты измерений относительных проницаемостей.

В работе для случая ортотропной симметрии исследована структура тензора ОФП и приводится численное решение двумерной (по разрезу пласта) задачи двухфазной фильтрации с учетом анизотропии и сжимаемости флюидов. Рассматриваются задачи вытеснения газа водой и воды газом. Последнее важно для расчета показателей подземных хранилищ газа в водоносных пластах.

Это также имеет важное значение для корректного прогнозирования коэффициента газоотдачи при однонаправленном вытеснении газа водой при разработке газовых



Рис. 1. Влияние анизотропии на замеры относительной проницаемости



Рис. 2. Виды слоистости в масштабе образца керна и их влияние на относительную проницаемость (из [4])

месторождений в режиме, близком к водонапорному. Анализ разработки ряда газовых месторождений, работающих при активном водонапорном режиме, позволил установить, что газонасыщенность заводненной части пласта намного выше, чем следует из стандартных кривых фазовых проницаемостей, полученных вытеснением жидкости газом [6].

## ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕД С ОРТОТРОПНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Исходной позицией является постулат о наличии связи между тензорами фазовых  $k_{ii}^{\alpha}$  и абсолютных  $k_{ii}$  проницаемостей, теоретически обоснованный в работе [1]:

$$k_{ij}^{\alpha} = f_{ijkl}k_{kl},\tag{1}$$

где индекс  $\alpha = 1,2$  относится к фильтрующейся фазе (газ, вода);  $f_{ijkl}(s)$  – компоненты тензора четвертого ранга, имеющего физический смысл коэффициентов ОФП по различным направлениям движения флюидов.

Опуская математические преобразования, изложенные в работе [2], для случая ортотропной анизотропии, когда известны все три направления главных осей тензора абсолютной проницаемости  $k_{ii}$ , наиболее общее представление функций ОФП  $f_i^{\alpha}(s)$  задается в виде следующих равенств:

$$k_{11}^{\alpha} = f_1^{\alpha} k_{11}, \quad k_{22}^{\alpha} = f_2^{\alpha} k_{22}, \quad k_{33}^{\alpha} = f_3^{\alpha} k_{33}$$
(2)

или в развернутой форме, на примере 1-го равенства (2):

$$f_1^{\alpha} k_{11} = f_{11}^{\alpha} k_{11} + f_{22}^{\alpha} k_{22} + f_3^{\alpha} k_{33}.$$
 (3)

Явный вид функций  $f_i^{\alpha}(s)$  строится с учетом соотношения (1), физического смысла ОФП и их степенной аппроксимации для изотропной среды. Покажем это на примере функции  $f_1^{(\alpha)}(s)$ , считая тензор абсолютной проницаемости  $k_{ij}$  известным.

Один из возможных вариантов аппроксимации функции  $f_i^{\alpha}$  в рассматриваемом случае анизотропии представляется в виде [7]:

$$\varphi_{11}^{1} = \left[a_{11} + \left(\frac{I_{1}(k)}{3k_{1}} - 1\right)\left(s_{11}^{*} - s\right)\right]\left(\frac{s - s_{11*}}{s_{11}^{*} - s_{11*}}\right)^{\varepsilon_{11}}$$

$$\varphi_{11}^{2} = \left[b_{11} + \left(\frac{I_{1}(k)}{3k_{1}} - 1\right)\left(s - s_{11*}\right)\right]\left(\frac{s_{11}^{*} - s}{s_{11}^{*} - s_{11*}}\right)^{\beta_{11}}$$

$$a_{11} = \varphi_{1}^{1}\left(s_{11}^{*}\right), \quad b_{11} = \varphi_{1}^{2}\left(s_{11*}\right),$$
(4)

3

где  $a_{11}$ ,  $b_{11}$ ,  $\beta_{11}$ ,  $\varepsilon_{11}$  – параметры, определяемые экспериментально.

В формуле (4)  $I_1(k)$  – первый инвариант тензора абсолютной проницаемости  $k_{ij}$ ;  $s_{11*}$  – нижняя предельная насыщенность, после превышения которой в пласте начинается фильтрация первой фазы;  $s_{11}^*$  – верхняя предельная насыщенность;  $s_* \le s \le s^*$  – область подвижности обеих фаз.

Аналогично строятся функции ОФП для  $\varphi_{22}^{\alpha}$  и  $\varphi_{33}^{\alpha}$ . Сопоставление аппроксимации (4) с результатами экспериментов [3] позволили определить неизвестные константы:  $a_{11} = 0.83$ ,  $s_{11}^* = 0.95$ ,  $s_{11*} = 0.3$ ,  $b_{11} = 0.85$ . Графики аппроксимаций (4) приведены на рис. 3 и использованы в последующих расчетах.



Рис. 3. Полученные аппроксимации функций относительных фазовых проницаемостей

# ПОСТАНОВКА ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О ВЫТЕСНЕНИИ ГАЗА ВОДОЙ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ ОФП

Рассмотрена профильная задача фильтрации сжимаемых флюидов (газа и воды) в анизотропном пласте без учета капиллярных сил. Подстановка в уравнение неразрывности для каждой фазы закона Дарси с учетом выражений (4) для анизотропных ОФП приводит к системе уравнений

$$m\frac{\partial\rho_{1}s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\rho_{1}k_{11}^{1}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\rho_{1}k_{33}^{1}\frac{\partial(p+\rho_{1}gz)}{\partial z}$$

$$m\frac{\partial\rho_2(1-s)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\rho_2 k_{11}^2 \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\rho_2 k_{33}^2 \frac{\partial(p+\rho_2 gz)}{\partial z}$$
(5)

для определения давления p(x, z, t) и водонасыщенности s(x, z, t) в прямоугольной области фильтрации. Исследуется процесс закачки и отбора газа.

Начально-граничные условия при закачке:

$$t = 0: s(x, z, 0) = s_0, \quad p(x, z, 0) = p_0; \quad x = L: p(L, z, t) = p_c$$
  
$$x = 0: s(0, z, t) = s^*, \quad p(0, z, t) = p_1; \quad z = \{0, l\}: \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$
 (6)

Начально-граничные условия при отборе:  

$$t = 0 : s(x, z, 0) = s_T(x, z), \quad p(x, z, 0) = p_T(x, z); \quad x = L : p(L, z, t) = p_c$$
  
 $x = 0 : p(0, z, t) = p_2; \quad s(L, z, t) = s_0; \quad z = \{0, l\} : \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$  (7)

Конечно-разностный аналог системы (5)-(7) строился с использованием интегроинтерполяционного метода, гарантирующего соблюдение законов сохранения. Для проведения расчетов использовался IMPES-метод [8].

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Была построена программная реализация указанного метода решения задачи для оценки влияния сжимаемости фаз на процесс фильтрации, сравнивались случаи несжимаемых и сжимаемых флюидов. Для описанного ниже примера толщина пласта полагалась равной 20 м, радиус контура питания – 1000 м, пористость – 0.29, проницаемость – 1.25 мкм<sup>2</sup>,  $p_1$  – 12 МПа,  $p_c$  – 6 МПа,  $p_2$  – 4 МПа, продолжительность периода закачки и отбора – 180 сут. Результат расчетов показан на рис. 4, 5, 6.

Для выявления эффектов анизотропии рассматривались задачи фильтрации сжимаемых флюидов при различных случаях анизотропии абсолютных и относительных фазовых проницаемостей. Для классических функций ОФП варьировалось отношение главных значений тензора абсолютных проницаемостей, при этом случай  $k_x/k_z = 1$  соответствует изотропии среды. На рис. 5 приведены графики распределения насыщенности для  $k_x/k_z = 1$  и  $k_x/k_z = 10$ .

Аналогично для случая анизотропной среды сравнивались классические функции ОФП и полученные аппроксимации (4). На рис. 6 представлено распределение газонасыщенности для случая  $k_x/k_z = 10$  и анизотропных функций ОФП.



Рис. 4. Обводненность добывающей скважины в период отбора газа для фильтрации сжимаемых (2) и несжимаемых (1) флюидов



Рис. 5. Распределение газонасыщенности на 30-е сутки закачки а) для отношения Kx/Kz = 1б) для отношения Kx/Kz = 10



Рис. 6. Распределение газонасыщенности на 30-е сутки закачки для отношения  $k_x/k_z = 10$  и анизотропных относительных фазовых проницаемостей

При расчетах варьировались параметры, задающие свойства пласта и флюидов. На основе результатов решения перечисленных задач можно выделить основные закономерности проникновения газа в пласт.

При закачке газа учет сжимаемости влияет на скорость фронта вытеснения, а также на значение насыщенности, остающейся за фронтом; в связи с тем, что при закачке сжимаемого флюида ему необходимо преодолеть большее сопротивление, скорость его проникновения в пласт меньше, чем для несжимаемого.

При отборе газа учет сжимаемости снижает обводненность добывающей галереи (рис. 4). Этому результату можно дать следующее физическое объяснение. В неоднородном по проницаемости пласте вода может внедриться в зону с любой проницаемостью. Но в зоны с низкой проницаемостью проникновение воды происходит медленнее, чем в высокопроницаемые зоны. При вытеснении газа водой существенную роль играет большая разница подвижностей воды и пластового газа. Проникая в низкопроницаемые каналы, газ, в силу своей сжимаемости, создает как бы упругую «пробку», препятствующую внедрению воды, ограничивая тем самым систему поровых каналов, доступных для продвижения воды к добывающей галерее.

Учет анизотропии абсолютных проницаемостей влияет на характер распределения насыщенности, при  $k_x/k_z > 1$  существенно уменьшается скорость всплывания газа и растекания его по кровле пласта (рис. 5).

Анизотропия ОФП изменяет характер распределения насыщенности; значение функции ОФП в вертикальном направлении в 2 раза меньше, чем в плоскости напластования, что приводит к дополнительному уменьшению фазовой проницаемости в направлении, перпендикулярном напластованию (рис. 6).

Результаты расчетов показывают, что на характер вытеснения влияет как характер анизотропии, так и учет сжимаемости. Сжимаемость фаз влияет на скорость распространения фронта насыщенности и динамику уровня обводненности добывающей скважины. Учет анизотропии также изменяет характер распространения газа в пласте, влияя главным образом на скорость вертикального расслоения газоводной смеси, при этом анизотропия ОФП усиливает этот эффект.

#### ВЫВОДЫ

При закачке газа учет сжимаемости влияет на скорость фронта вытеснения, а также на значение насыщенности, остающейся за фронтом; в связи с тем, что при закачке сжимаемого флюида ему необходимо преодолеть большее сопротивление, скорость его проникновения в пласт меньше, чем для несжимаемого.

При отборе газа учет сжимаемости снижает обводненность добывающей галереи.

Учет анизотропии абсолютных проницаемостей влияет на характер распределения насыщенности, при  $k_x/k_z > 1$  существенно уменьшается скорость всплывания газа и растекания его по кровле пласта.

Анизотропия ОФП изменяет характер распределения насыщенности; значение функции ОФП в вертикальном направлении в 2 раза меньше, чем в плоскости напластования, что приводит к дополнительному уменьшению фазовой проницаемости в направлении, перпендикулярном напластованию.

Результаты расчетов показывают, что на характер вытеснения влияет как характер анизотропии, так и учет сжимаемости. Сжимаемость фаз влияет на скорость распространения фронта насыщенности и динамику уровня обводненности добывающей скважины. Учет анизотропии также изменяет характер распространения газа в пласте, влияя главным образом на скорость вертикального расслоения газоводной смеси, при этом анизотропия ОФП усиливает этот эффект.

### ЛИТЕРАТУРА

- Дмитриев Н.М., Максимов В.М. О структуре тензоров коэффициентов фазовых и относительных проницаемостей для анизотропных пористых сред // Докл. РАН. 1998.
   Т. 358, № 3. С. 337 – 339.
- Максимов В.М., Дмитриев Н.М. Методы теории нелинейных тензорных функций в моделях двухфазной фильтрации в анизотропных средах // Проблемы современной механики. М.: Изд-во МГУ, 1998. С. 76 – 83.
- Тер-Саркисов Р.М., Николаев В.А., Рассохин С.Г., Ваньков В.П., Кобелев В.А. Компьютеризированные установки многофазной фильтрации и их применение при разработке методов повышения конденсатоотдачи // Повышение углеводоотдачи пласта газоконденсатных месторождений. М.: ВНИИГаз, 1998. С. 27 – 38.
- 4. Ringrose P.S., Jensen J.L., Sorbie K.S. The use of geology in the interpretation of core-scale relative permeability data // SPE paper 28448.
- Honarpour M.M., Cullick A.S., Saad N., Humpreus N.V. Effect of rock heterogeneity on relative permeability: Implications for scaleup // JPT. 1995. Nov.
- 6. Тер-Саркисов Р.М., Гужов Н.А., Захаров А.А. и др. Моделирование разработки месторождений природных газов с воздействием на пласт. М.: Недра, 2004. 590 с.
- Дмитриев М.Н., Дмитриев Н.М., Максимов В.М. К представлению функций относительных фазовых проницаемостей для анизотропных пористых сред // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 3. С. 118 – 125.
- Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982. 407 с.